Vorlesungsgliederung

Teil I: Vorbemerkungen

Teil II: Organisation

Teil III: Personal

III.A. Personalwirtschaftliche Hauptproblem- und maßnahmenbereiche

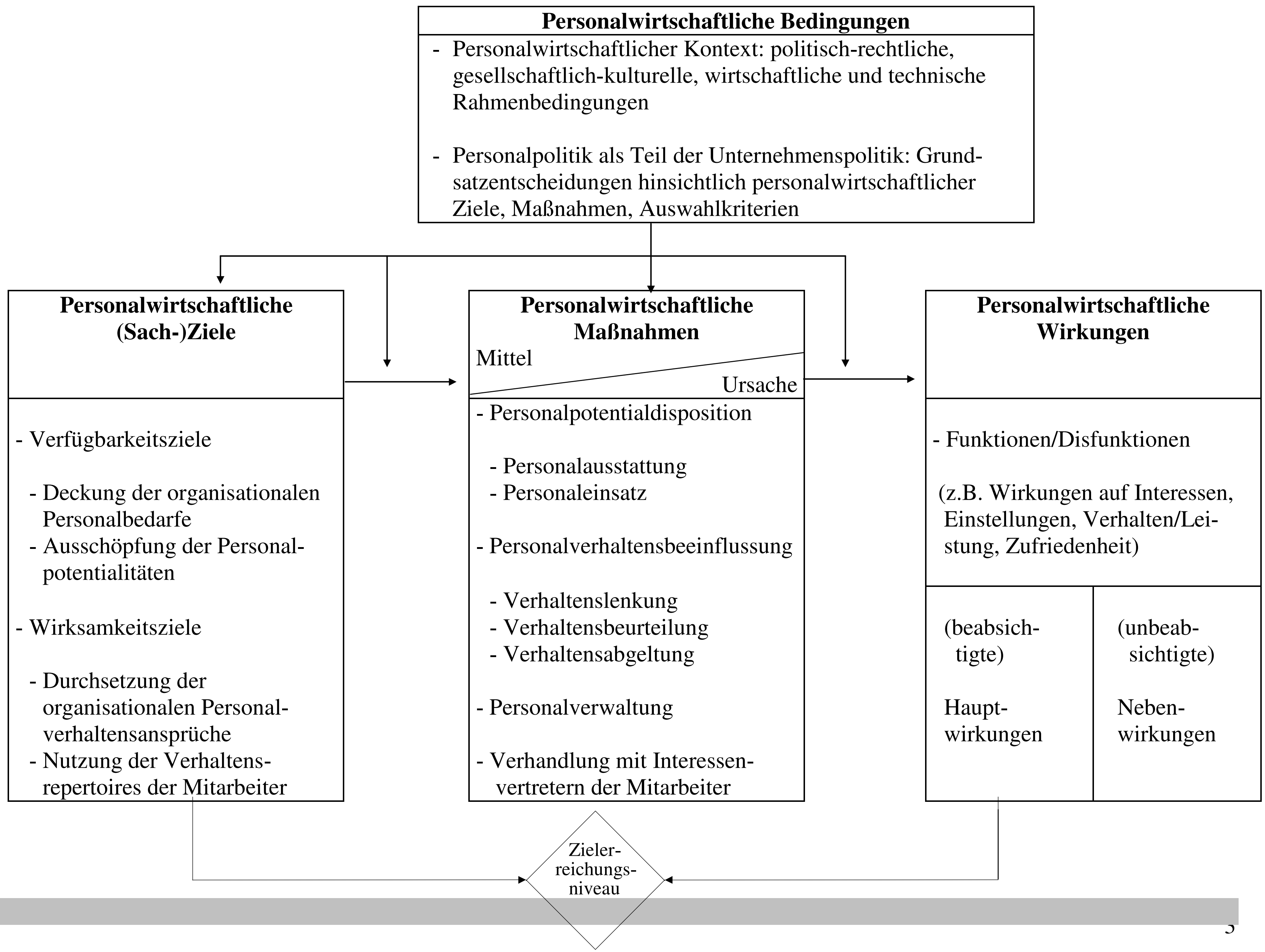
III.B. Personalplanung

III.C. Personalführung

III.A. Personalwirtschaftliche Hauptproblem- und -Maßnahmenbereiche

Personalwirtschaftliche Hauptproblembereiche	
Herstellung und Sicherung der Verfügbarkeit über Personal	Herstellung und Sicherung der Wirksamkeit des Personals

Dispositionen über das Personalpotential	Beeinflussungen des Personalverhaltens
Zentrale personalwirtschaftliche Maßnahmenbereiche	


Personalwirtschaftliche Bedingungen
- Personalwirtschaftlicher Kontext: politisch-rechtliche, gesellschaftlich-kulturelle, wirtschaftliche und technische Rahmenbedingungen
- Personalpolitik als Teil der Unternehmenspolitik: Grundsatzentscheidungen hinsichtlich personalwirtschaftlicher Ziele, Maßnahmen, Auswahlkriterien
Personalwirtschaftliche (Sach-)Ziele
- Verfügbarkeitsziele
- Deckung der organisationalen Personalbedarfe
- Ausschöpfung der Personalpotentialitäten
- Wirksamkeitsziele
- Durchsetzung der organisationalen Personalverhaltensansprüche
- Nutzung der Verhaltensrepertoires der Mitarbeiter
Personalwirtschaftliche Maßnahmen
Mittel
Ursache
- Personalpotentialdisposition
- Personalausstattung
- Personaleinsatz
- Personalverhaltensbeeinflussung
- Verhaltenslenkung
- Verhaltensbeurteilung
- Verhaltensabgeltung
- Personalverwaltung
- Verhandlung mit Interessenvertretern der Mitarbeiter
Personalwirtschaftliche Wirkungen
- Funktionen/Disfunktionen
(z.B. Wirkungen auf Interessen, Einstellungen, Verhalten/Leistung, Zufriedenheit)
(beabsichtigte)
Hauptwirkungen
(unbeabsichtigte)
Nebenwirkungen
Zielerreichungsniveau

Vorlesungsgliederung

Teil I: Vorbemerkungen
Teil II: Organisation

Teil III: Personal

III.B. Personalplanung

1. Definitionen
2. Problembereiche, Teilbereiche und Klassifikationen
3. Die Abstimmung von Faktorbedarfen und Faktorausstattungen als Kernproblem der Personalplanung
4. Ausgewählte Modelle der Personalplanung
   - 4.1. Gesamtübersicht
   - 4.2. Personalbedarfsberechnung
   - 4.3. Personalausstattungsprognose
   - 4.4. Personaleinsatzplanung
   - 4.5. Personalbereitstellungsplanung
   - 4.6. Personalverwendungsplanung
   - 4.7. Simultane Personalplanung

III.B.1. Personalplanung

„Personalplanung ist der Prozeß (einschließlich Bedarfsprognose, Aufstellung und Durchsetzung von Aktionsprogrammen, Kontrolle), durch welchen eine Unternehmung zu erreichen versucht, dass zum *richtigen Zeitpunkt* und am *rechten Ort* Arbeitskräfte der *benötigten Art* und in der *benötigten Anzahl* mit solchen Tätigkeiten betraut werden, für die sie sich im wirtschaftlichen Sinne am besten eignen."
(Geisler, E.S.: Manpower Planning - An Emerging Staff Function. In: AMA Management Bulletin 101, New York 1967, S. 5)

„Unter Personalplanung soll ein *geordneter, informationsverarbeitender Prozeß* verstanden werden, in dessen Verlauf die Ausprägungen von *Personalvariablen vorausschauend* so *festgelegt* werden, daß angestrebte betriebliche Ziele erreicht werden."
(Kossbiel, H.: Personalplanung. In: Handwörterbuch der Betriebswirtschaft, 5.Auflage, 1993, Sp. 3127 / in Anlehnung an den allgemeinen Planungsbegriff von M. Schweitzer)

Personalbedarf

Definition: Personalbedarf

Unter dem Personalbedarf eines Betriebes sind die Art und die Anzahl von Arbeitskräften zu verstehen, die zur Durchführung aller in einem Bezugszeitpunkt bzw. -zeitraum vorgesehenen Prozesse dispositiver und exekutiver Art (Leistungsprozesse) erforderlich sind.

Unter Personalbedarf soll also die Gesamtheit aller benötigten Arbeitskräfte verstanden werden (sog. Personalbruttobedarf).

Anlässe für Personalbedarfsermittlungen

– Überprüfung einer gegebenen Personalausstattung auf Angemessenheit
– Rechtfertigung einer gegebenen Personalausstattung bei drohendem Personalabzug
– Begründung der Anforderung zusätzlichen Personals (gestiegener Arbeitsanfall, übernommene neue Aufgaben)
– (jährliche) Budgetplanungen [Personalkostenplanung]
– Gewinnung von Zukunftsvorstellungen bezüglich des Umfangs und der Struktur des Personalbedarfs (Änderungen des Leistungsprogramms, der Technologie, der Organisation, der Arbeitszeit)

Grundformen von Personalbedarfsermittlungen

– Personalbedarfsfestlegung
– Personalbedarfsberechnung
– Personalbedarfsschätzung
– Personalbedarfsplanung

Personalausstattung

Definition: Personalausstattung

Unter der Personalausstattung eines Betriebes sind die Art und die Anzahl an Arbeitskräften (Umfang und Struktur des Personals) zu verstehen, die dem Betrieb in einem Bezugszeitpunkt bzw. -zeitraum zur Verfügung stehen.

Anlässe für Personalausstattungsermittlungen

– „laufende“ Fortschreibung der Personalausstattung zur Erfassung eingetretener bzw. geplanter/erwarteter Veränderungen
– Gewinnung von Zukunftsvorstellungen bezüglich der Entwicklung von Umfang und Struktur des Personals

Grundformen der Personalausstattungsermittlung

- Personalausstattungsberechnung
    - Personalbewegungstableau
    - Personalfortschreibungsgleichung
- Personalausstattungsschätzung
- Personalausstattungsplanung

Personaleinsatz

Definition: Personaleinsatz
Unter Personaleinsatz ist die Zuordnung der dem Betrieb zur Verfügung stehenden Arbeitskräfte zu einzelnen Arbeitsplätzen (Stellen) oder Tätigkeiten zu verstehen. Der Begriff „Tätigkeiten" umfasst dabei nicht nur die Mitwirkung an der Erledigung von Arbeitsaufgaben des eigenen Betriebes, sondern z.B. die Teilnahme an Schulungsveranstaltungen u.ä.

Anlässe für Personaleinsatzentscheidungen

- Reorganisation von Abteilungen, Bereichen, Betrieben
- Projektarbeit (Beratung, Prüfung, Forschung, Entwicklung, Auftragsfertigung)
- Anfall von Arbeiten mit stark veränderlichen Anforderungsstrukturen
- Ausfall von Arbeitskräften (Absentismus, Fluktuation)

Grundformen von Personaleinsatzentscheidungen

- Intuitives/Impulsives Vorgehen
- Heuristische Verfahren
- Optimierende Verfahren

Teilbereiche der Personalplanung

– Personalbedarfsplanung
Aufgabe der Personalbedarfsplanung ist es, Art und Zahl der Arbeitskräfte zu ermitteln, die zur Durchführung aller im Planungszeitraum durchzuführenden Prozesse dispositiver und exekutiver Art (Leistungsprozesse) erforderlich sind.

– Personalausstattungsplanung
Aufgabe der Personalausstattungsplanung ist es, Umfang und Struktur des Personals eines Betriebes für die Zukunft zu ermitteln und die zu ihrer Verwirklichung erforderlichen Maßnahmen unter Beachtung betrieblicherseits nicht „kontollierbarer“ Einflüsse festzulegen.

– Personaleinsatzplanung
Aufgabe der Personaleinsatzplanung ist es, dem Betrieb zur Verfügung stehende Arbeitskräfte den einzelnen Arbeitsplätzen bzw. Arbeitsaufgaben zuzuordnen unter Berücksichtigung alternativer „Einsatzformen“. (Bindeglied zwischen Personalbedarfs- und Personalausstattungsplanung)

Aufgabe der Personalplanung
Aufgabe der Personalplanung ist es, die Teil- bzw. Problembereiche unter Beachtung der für den Personalsektor geltenden Restriktionen und der zwischen dem Personalbereich und den übrigen betrieblichen Teilbereichen bestehenden Interdependenzen so aufeinander abzustimmen, daß die für den Gesamtbetrieb formulierten Ziele so vollkommen wie möglich erreicht werden.

Klassifikation der Personalplanungen

	Personalbereitstellungsplanung	
Personal-bedarfsplanung	Personal-einsatzplanung	Personal-ausstattungsplanung
Personalverwendungsplanung		

1. Modelle der reinen Personaleinsatzplanung; Typ $\{\overline{PB}, \overline{PA}, PE\}$

<u>gegeben</u>: Personalbedarf und Personalausstattung

<u>gesucht</u>: optimaler Personaleinsatz

2. Modelle der reinen Personalbereitstellungsplanung; Typ $\{\overline{PB}, PA, PE\}$

<u>gegeben</u>: Personalbedarf

<u>gesucht</u>: optimale Personalbereitstellung

3. Modelle der reinen Personalverwendungsplanung; Typ $\{PB, \overline{PA}, PE\}$

<u>gegeben</u>: Personalausstattung

<u>gesucht</u>: optimale Personalverwendung

4. Modelle der simultanen Personalplanung; Typ $\{PB, PA, PE\}$

<u>gesucht</u>: optimaler Personalbedarf, optimaler Personaleinsatz, optimale Personalausstattung

- Personalplanung
  - individuelle Personalplanung (Laufbahnplanung)
  - kollektive Personalplanung (Personalplanung i.e.S.)
    - Teilbereiche
      - Personalbedarfsplanung
      - Personaleinsatzplanung
        - Leistungserstellung
        - Ausleihe
        - Schulung
        - [- Freistellung]
      - Personalausstattungsplanung
        - Beschaffung
        - Freisetzung
        - Schulung
        - Versetzung
        - Beförderung
        - Degradierung
        - Statusänderung
    - Geltungsbereiche
      - temporaler Geltungsbereich
        - kurzfristig
        - langfristig
      - organisationaler Geltungsbereich
        - sektoral (z.B. PP im Produktionsbereich)
        - gradual (z.B. Basiskräfteplanung)
        - regional (z.B. PP Inland)
      - kategorialer Geltungsbereich
        - qualifikationsspezifisch (z.B. PP für Facharbeiter)
        - statusspezifisch (z.B. für Angestellte)

III.B.3. Die Abstimmung von Faktorbedarfen und Faktorausstattungen als Kernproblem der Personalplanung

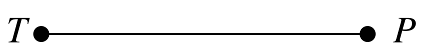
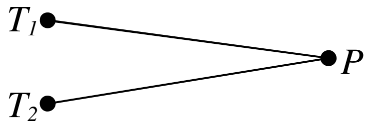
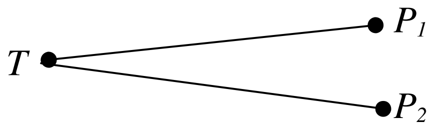
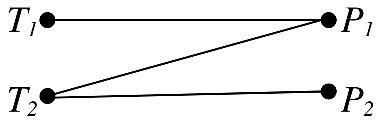
<u>Symbole:</u>

T := Tätigkeit

P := Arbeitskraft

T_q := Tätigkeit oder Tätigkeitskategorie q

P_r := Arbeitskraft oder Arbeitskraftkategorie r

Verwendungs- Bereit- stellungs-	- eindeutigkeit	- mehrdeutigkeit
eindeutigkeit		
mehrdeutigkeit		

Der implizite und der explizite Ansatz der Personalplanung

Personal-bedarf	Personal-einsatz	Personal-ausstattung	
$\sum_{q \in \tilde{Q}} PB_q^{s,t}$	(implizit)	$\leq \sum_{r \in \bigcup_{q \in \tilde{Q}} R_q} PA_r^{s,t}$	*für alle* $\tilde{Q} \in \left(\wp(\overline{Q}) - \{\varnothing\}\right)$ $s = 1,2,...,S$ $t = 1,2,...,T$
$PB_q^{s,t}$	(explizit) $= \sum_{r \in R_q} PE_{r,q}^{s,t}$		*für alle* $q = 1,2,...,Q$ $s = 1,2,...,S$ $t = 1,2,...,T$
	$\sum_{q \in Q_r} PE_{r,q}^{s,t}$	$\leq PA_r^{s,t}$	*für alle* $r = 1,2,...,R$ $s = 1,2,...,S$ $t = 1,2,...,T$

Beispiel (eine Abteilung, eine Periode → Wegfall der Indices s und t)

Gegeben sei das folgende Zuordnungstableau für
Q = 3 Personalbedarfsarten und
R = 5 Personalausstattungskategorien:

q \ r	1	2	3	4	5	Bereitstellungsspektrum
1	x		x	x	x	$R_1 = \{1, 3, 4, 5\}$
2			x		x	$R_2 = \{3, 5\}$
3		x		x	x	$R_3 = \{2, 4, 5\}$
Verwendungsspektrum	$Q_1=\{1\}$	$Q_2=\{3\}$	$Q_3=\{1, 2\}$	$Q_4=\{1, 3\}$	$Q_5=\{1, 2, 3\}$	

der implizite Ansatz

(1) $PB_1 \leq PA_1 + PA_3 + PA_4 + PA_5$ $\quad \tilde{Q} = \{1\}$

(2) $PB_2 \leq PA_3 + PA_5$ $\quad \tilde{Q} = \{2\}$

(3) $PB_3 \leq PA_2 + PA_4 + PA_5$ $\quad \tilde{Q} = \{3\}$

(4) $PB_1 + PB_2 \leq PA_1 + PA_3 + PA_4 + PA_5$ $\quad \tilde{Q} = \{1, 2\}$

(5) $PB_1 + PB_3 \leq PA_1 + PA_2 + PA_3 + PA_4 + PA_5$ $\quad \tilde{Q} = \{1, 3\}$

(6) $PB_2 + PB_3 \leq PA_2 + PA_3 + PA_4 + PA_5$ $\quad \tilde{Q} = \{2, 3\}$

(7) $PB_1 + PB_2 + PB_3 \leq PA_1 + PA_2 + PA_3 + PA_4 + PA_5$ $\quad \tilde{Q} = \{1, 2, 3\}$

der explizite Ansatz

(1) $PB_1 = PE_{11} + PE_{31} + PE_{41} + PE_{51}$

(2) $PB_2 = PE_{32} + PE_{52}$

(3) $PB_3 = PE_{23} + PE_{43} + PE_{53}$

(4) $PE_{11} \leq PA_1$

(5) $PE_{23} \leq PA_2$

(6) $PE_{31} + PE_{32} \leq PA_3$ 2. Schritt

(7) $PE_{41} + PE_{43} \leq PA_4$

(8) $PE_{51} + PE_{52} + PE_{53} \leq PA_5$

Übung: Darstellung funktionaler Personalflexibilität mit Hilfe des impliziten Ansatzes

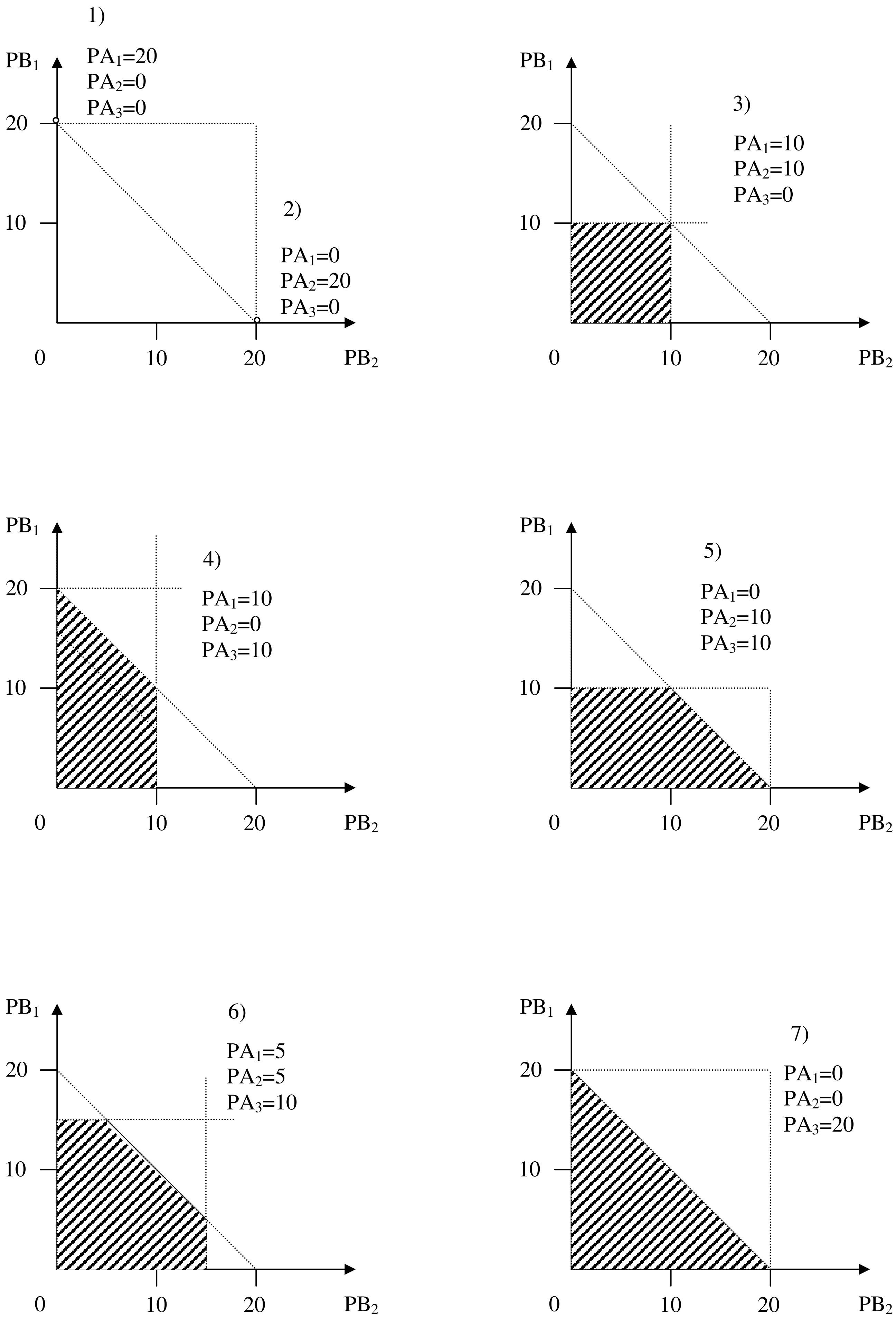
$$\sum_{q \in \tilde{Q}} PB_q \le \sum_{r \in \bigcup_{q \in \tilde{Q}} R_q} PA_r \quad \forall\ \tilde{Q} \in \left(\wp\left(\overline{Q}\right) - \{\varnothing\}\right) \quad \overline{Q} = (1,2,\ldots,Q)$$

Beispiel: $Q = 2$; $R = 3$; $\sum_r PA_r = 20$

q \ r	1	2	3
1	x		x
2		x	x

	1)	2)	3)	4)	5)	6)	7)
$PB_1 \le PA_1 + PA_3$	= 20	0	10	20	10	15	20
$PB_2 \le PA_2 + PA_3$	= 0	20	10	10	20	15	20
$PB_1 + PB_2 \le PA_1 + PA_2 + PA_3$	= 20	20	20	20	20	20	20

BEISPIELE	PA_1	PA_2	PA_3
1)	20	0	0
2)	0	20	0
3)	10	10	0
4)	10	0	10
5)	0	10	10
6)	5	5	10
7)	0	0	20


1)
PA_1=20
PA_2=0
PA_3=0
2)
PA_1=0
PA_2=20
PA_3=0
PB_1
PB_2
0
10
20
3)
PA_1=10
PA_2=10
PA_3=0
4)
PA_1=10
PA_2=0
PA_3=10
5)
PA_1=0
PA_2=10
PA_3=10
6)
PA_1=5
PA_2=5
PA_3=10
7)
PA_1=0
PA_2=0
PA_3=20

III.B.4.1. Modelle der Personalplanung (Gesamtübersicht)

Vorbemerkung: Da in der Wirtschaftspraxis - abweichend von der in der Vorlesung verwendeten Terminologie - auch reine Ermittlungs- und Prognosemodelle zu den Modellen der Personalplanung gerechnet werden, sind diese in der nachstehenden Übersicht miterfaßt. Ermittlungs- bzw. Prognosemodelle erfüllen eine unterstützende Funktion für die Entscheidungsmodelle, wenn durch sie die zur Aufstellung des Planungskalküls erforderlichen Daten berechnet oder geschätzt werden.

Modelltypen	Bereiche	P-Bedarf (PB)	P-Einsatz (PE)	P-Ausstattg. (PA)
Ermittlungs- und Prognose-modelle	Berechnungs-modelle	1. Grundformen 2. Varianten -Doeringer, Rosenkranz, Jordt, sonst.	(keine besonderen Verfahren)	Personalfort-schreibungs-gleichung Personalbewe-gungstableau
	Schätz-modelle	1. Trendextrapol. 2. Analogieschluß 3. Indikator-methode 4. Expertenurteil	(keine besonderen Verfahren)	Markoff-Ketten-Modelle Erneuerungs-theoretische Modelle

		S i m u l a t i o n s v e r f a h r e n		
Planungs- bzw. Entscheidungs-modelle	reine Personal-einsatzplanung $\{\overline{PB}, \overline{PA}, PE\}$		1. Heuristische Verfahren 2. Optimierungs-verfahren	
	reine Personal-bereitstellungs-planung $\{\overline{PB}, PA, PE\}$		1. Grundformen: (PE problem-los) 2. Erweiterungen: (PE problema-tisch)	-Mischstrategie -Poolingstrategie -Hiring-Firing-Strategie Diverse Ansätze
	reine Personal-verwendungs-planung $\{PB, \overline{PA}, PE\}$	Bisher ziemlich vernachlässigtes Gebiet der Personalplanung		
	Simultane Perso-nalplanung {PB,PA,PE}	1. Simultane Personal- und Produktionsplanung 2. Simultane Personal- und Investitionsplanung 3. Simultane Personal- und Organisationsplanung		

III.B.4.2. Personalbedarf

Bestimmungsfaktoren

Arbeitszeit

Arbeitsproduktivität
- Arbeitsverfahren (Technik/Organisation)
- Intensität technischer Instrumente
- Leistungsgrad der Arbeitskräfte

Leistungsprogramm
- Inhalt
- Umfang
- Zeitstruktur

Bezugsbasen

- Outputgrößen
- Arbeits-objekte
- Bedienungsstellen (z.B.Betriebsmittel)
- Arbeitskräfte
- Prozesse bzw. Prozessquerschnitte

Ermittlungsmethoden

Bedarfs-schätzung	Bedarfs-berechnung
Trendextra-polation	Rosenkranz-Formel
Indikator-methode	Doeringer-Formel
Analogie-schluss	Formel nach Jordt
	Formel des dynamischen Arbeitsendes

Die meisten Methoden der Personalbedarfsberechnung lassen sich auf folgende einfache Gleichung zurückführen:

Von den Arbeitskräften zur Verfügung zu stellende Arbeitszeit pro Periode	=	Zur Erfüllung der Betriebsaufgaben erforderliche Arbeitszeit pro Periode

Bezeichnet man mit PB den Personalbedarf,
mit AZ die Arbeitszeit,
mit AE die Arbeitseinheiten,
mit BE die Bedienungseinheiten,
mit AK die Arbeitskräfte und
mit P die Perioden,
dann lässt sich die obige Gleichung folgendermaßen formulieren:

1.) Basis: Bewegungsgrößen (AE)

$$\underbrace{\text{PB}}_{\text{Personalbedarf}} \times \underbrace{[\text{AZ}/(\text{AK}\cdot\text{P})]}_{\substack{\text{Arbeitszeit pro Arbeits-}\\\text{kraft und Periode (Standard)}}} = \underbrace{[\text{AE}/\text{P}]}_{\substack{\text{Arbeitseinheiten}\\\text{pro Periode}}} \times \underbrace{[\text{AZ}/\text{AE}]}_{\substack{\text{Arbeitszeit pro Arbeits-}\\\text{einheit (Standard)}}}$$

Aus dieser Gleichung lassen sich u.a. folgende Personalbedarfsformeln ableiten:

(1) $\text{PB} = \dfrac{[\text{AE}/\text{P}] \times [\text{AZ}/\text{AE}]}{[\text{AZ}/(\text{AK}\cdot\text{P})]}$ mit $[\text{AZ/AE}]$ als Arbeitskoeffizient Typ 1
= reziproker Wert der Arbeitsproduktivität Typ 1

(2) $\text{PB} = \dfrac{[\text{AE}/\text{P}]}{[\text{AE}/\text{AZ}] \times [\text{AZ}/(\text{AK}\cdot\text{P})]}$ mit $[\text{AE/AZ}]$ als Arbeitsproduktivitä t
bezogen auf die Arbeitszeit (Typ 1)

(3) $\text{PB} = \dfrac{[\text{AE}/\text{P}]}{[\text{AE}/(\text{AK}\cdot\text{P})]}$ mit $[\text{AE}/(\text{AK}\cdot\text{P})]$ als Arbeitsproduktivität
bezogen auf die Arbeitskraft (Typ 2)

(4) $\text{PB} = [\text{AK}\cdot\text{P}/\text{AE}] \times [\text{AE}/\text{P}]$ mit $[\text{AK}\cdot\text{P/AE}]$ als Arbeitskoeffizient Typ 2
= reziproker Wert der Arbeitsproduktivität Typ 2

2.) Basis: Bestandsgrößen (BE)

$$\underbrace{PB}_{\text{Personalbedarf}} \quad x \quad \underbrace{[AZ/(AK \cdot P)]}_{\substack{\text{Arbeitszeit pro Arbeitskraft} \\ \text{und Periode (Standard)}}} \quad = \quad \underbrace{[BE]}_{\substack{\text{Bedienungs-} \\ \text{stellen}}} \quad x \quad \underbrace{[AZ/(BE \cdot P)]}_{\substack{\text{Arbeitszeit pro Bedienungs-} \\ \text{stelle und Periode (Standard)}}}$$

Aus dieser Gleichung lassen sich folgende Personalbedarfsformeln ableiten:

(1) $PB = \frac{[BE] \text{ x } [AZ/(BE \cdot P)]}{[AZ/(AK \cdot P)]}$ mit $[AZ/(BE \cdot P)]$ als Besetzungskoeffizient Typ 1

(2) $PB = \frac{[BE]}{[BE/AK]}$ mit $[BE/AK]$ als Bedienungskoeffizient

(3) PB = [BE] x [AK/BE] mit [AK/BE] als Besetzungskoeffizient Typ 2

Übung: Personalbedarfsberechnung am Beispiel linear-homogener Prosuktionsprozesse

y : = Ausbringungsmenge

r_i : = Einsatzmenge des Faktors i (i = 1,2,...,I)

$\overline{\alpha}_j$: = Prozeßvektor mit $\alpha_{i,j}$ als Komponenten

λ_j : = Niveau des Prozesses j

π : = Zahl der Zeiteinheiten pro Periode

δ_j : = Durchführungszeit des Prozesses j

ω_j : = maximale Zahl sukzessiver Durchführungen des Prozesses j in einer Periode

---

$\overline{\beta}_j^*$: = Intervall-Prozeßvektor mit $\beta_{i,j}^*$ als Komponenten

$\overline{\beta}_j$: = „revidierter" Intervall-Prozeßvektor mit $\beta_{i,j}$ als Komponenten

$\overline{x}_t$: = Prozeßquerschnittsvektor[1)] für Periode t mit x_{jt} als Komponenten

$[TM] = \left[\alpha_{i,j}\right]_{j=1,2,\dots,J}^{i=1,2,\dots,I}$: = Prozeß- bzw. Technologiematrix

$[ITM] = \left[\beta_{i,j}\right]_{j=1,2,\dots,J}^{i=1,2,\dots,I}$: = Intervall-Prozeßmatrix

---

a : = Arbeitszeit pro Arbeitseinheit

b : = Arbeitszeit pro Arbeitskraft und Periode

c : = Zahl der Arbeitskräfte pro Betriebsmittel (Besetzungskoeffizient)

d : = Zahl der Untergebenen pro Führungskraft (Kontrollspanne)

1) Definition „Prozeßquerschnitt“: Unter Prozeßquerschnitt versteht man die Anzahl der parallel laufenden Prozesse gleichen Typs (Beispiel: mehrere Arbeitsplätze, an denen gleichzeitig nach dem gleichen Verfahren das Gleiche produziert wird)

$$
\begin{array}{lcl}
 & \begin{array}{cccc|cc} \multicolumn{4}{c|}{\text{Prozesse der Zwischenprodukterzeugung}} & \multicolumn{2}{c}{\text{Endmontageprozesse}} \end{array} & \\
(TM) = & \left[\begin{array}{cccc|cc}
0 & 0 & 0 & 0 & -1 & -1 \\
\hline
-4 & -4 & 0 & -2 & 1 & 1 \\
0 & 0 & -3 & -4 & 3 & 3 \\
\hline
10 & 12 & 6 & 14 & 0 & 0 \\
2 & 2{,}5 & 4 & 3 & 0 & 0 \\
\hline
4{,}8 & 4 & 6 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 6 & 0 & 0 \\
\hline
9{,}6 & 4 & 12 & 6 & 0 & 2 \\
0 & 4 & 6 & 6 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 2
\end{array}\right] &
\begin{array}{l}
\text{Endprodukte} \\
\\
\text{Zwischenprodukte} \\
\\
\text{Vorprodukte} \\
\\
\text{Betriebsmittel} \\
\\
\\
\text{Arbeitskräfte}
\end{array}
\end{array}
$$

Prozeß	1	2	3	4	5	6	Dim.
δ_j	4,8	4	6	6	3	2	min
ω_j							

$\pi = 480$ min

$$(ITM) = \left[\begin{array}{cccc|cc}
0 & 0 & 0 & 0 & -160 & -240 \\
\hline
-400 & -480 & 0 & -160 & 160 & 240 \\
0 & 0 & -240 & -320 & 480 & 720 \\
\hline
1000 & 1440 & 480 & 1120 & 0 & 0 \\
200 & 300 & 320 & 240 & 0 & 0 \\
\hline
1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\
\hline
2 & 1 & 2 & 1 & 0 & 1 \\
0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1
\end{array}\right]$$

Ermittlung des Personalbedarfs

$$\begin{array}{l} \\ i=1 \\ 2 \\ \vdots \\ \vdots \\ I \end{array} \overset{j = 1, 2, \ldots, j, \ldots, J}{\left(\frac{\text{ITM}}{\beta_{i=q,j}\left[\frac{\text{ME}}{\text{PQ}}\right]} \right)} \bar{x}_t[\text{PQ}] = \bar{z}_t\left[\frac{\text{ME}}{\text{P}}; \text{ME}\right]$$

$$PB_t^q = \sum_{j=1}^{J} \beta_{i=q,j} \; x_{j,t}\left[\frac{\text{ME}}{\text{PQ}} \text{ x PQ} = \text{ME} \equiv \text{AK}\right]$$

Beispiel

Prozeß	1	2	3	4	5	6	
δ_j	4,8	4	6	6	3	2	$[\Pi = 480]$
ω_j	100	120	80	80	160	240	
$x_{j,t}$	8	5	20	10	10	5	
$\lambda_{j,t}$	800	600	1600	800	1600	1200	

$$PB_t^1 = \sum_j \beta_{8,j} \quad x_{j,t} = 16 + 5 + 40 + 10 + 5 = 76$$

$$PB_t^2 = \sum_j \beta_{9,j} \quad x_{j,t} = \quad + 5 + 20 + 10 \quad = 35$$

$$PB_t^3 = \sum_j \beta_{10,j} \quad x_{j,t} = \quad 10 + 5 = 15$$

III.B.4.3. Personalausstattung (am Beispiel Prognose durch Markoff-Ketten-Modelle)

i, j = 1, 2,..., m : = Indices der Gruppenzugehörigkeit von Arbeitskräften

t = 1, 2,..., T : = Zeitpunkte (Periodenende)

$\overline{PA}_t = \left(PA_t^1, PA_t^2, \ldots, PA_t^i, \ldots, PA_t^m\right)$: = Vektor der Personalausstattung in Periode t

P_{ij} : = Wahrscheinlichkeit mit der eine Arbeitskraft der Gruppe i nach einer Periode in die Gruppe j übergewechselt ist.

$\overline{v}' = \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \\ . \\ v_i \\ . \\ v_m \end{pmatrix}$: = Vektor der Ausscheidenswahrscheinlichkeit mit $v_i = 1 - \sum_{j=1}^{m} P_{ij}$

$[P]$: = Matrix der Übergangswahrscheinlichkeiten

$\overline{g}_t = \left(g_t^1, g_t^2, \ldots, g_t^i, \ldots g_t^m\right) :=$ Vektor der für Position i ein- bzw. auszustellenden Arbeitskräfte; mit $g_t^i > 0 \rightarrow$ Einstellungen, $g_t^i < 0 \rightarrow$ Entlassungen

Modellannahmen:

1.) Aufgrund von Erfahrungen aus der Vergangenheit ist das Unternehmen in der Lage Übergangswahrscheinlichkeiten anzugeben, die in den nachfolgenden Perioden stabil sind. Die Zustandsänderungen werden als Zufallsereignisse aufgefaßt.

2.) Es handelt sich um einen diskreten, endlichen Markoffschen Prozess (Markoffsche Kette):

a.) Die Zustände lassen sich in einer Folge von Zeitpunkten t beobachten (diskreter Zufallsprozess).

b.) Die Zahl der Zustände ist endlich (endlicher Zufallsprozess).

c.) Der Zustand, in dem sich ein Element zu Beginn der Periode t befindet, ist ausschließlich abhängig von dem Zustand, in dem sich das Element zu Beginn der Periode t-1 befunden hat (Markoffscher Prozess).

Die Matrix der Übergangswahrscheinlichkeiten

$$
\begin{array}{r|c}
\text{zu Gruppe } j & 1 \quad 2 \quad . \quad j \quad . \quad m \\
\text{von Gruppe } i & \\
\hline
\begin{array}{r} 1 \\ 2 \\ . \\ i \\ . \\ m \\ \\ \end{array} &
\begin{bmatrix}
P_{11} & P_{12} & \cdot & \cdot & \cdot & P_{1m} \\
P_{21} & P_{22} & \cdot & \cdot & \cdot & P_{2m} \\
\cdot & \cdot & & & & \cdot \\
\cdot & \cdot & & P_{ij} & & \cdot \\
\cdot & \cdot & & & & \cdot \\
P_{m1} & P_{m2} & \cdot & \cdot & \cdot & P_{mm}
\end{bmatrix}
\end{array}
\equiv [P]
$$

Für i=j ist P_{ij} die Verbleibenswahrscheinlichkeit einer Arbeitskraft in der Gruppe.

Schätzung der Entwicklung der Personalausstattung:

1.) Entwicklung der Personalanfangsausstattung:

$$\overline{PA}_t = \overline{PA}_{t-1} \cdot [P] = \overline{PA}_0 \cdot [P]^t \qquad (1)$$

$$\overline{PA}_1 = \overline{PA}_0 \cdot [P]$$

$$\overline{PA}_2 = \overline{PA}_1 \cdot [P] = \overline{PA}_0 \cdot [P]^2$$

......

2.) Mit Berücksichtigung von Einstellungen und Entlassungen:

$$\overline{PA}_t = \overline{PA}_0 \cdot [P]^t + \sum_{\tau=0}^{t-1} \overline{g}_{t-\tau} \cdot [P]^\tau \qquad (2)$$

$$\overline{PA}_t = \overline{PA}_0 \cdot [P]^t + \left(\overline{g}_t \cdot E + \overline{g}_{t-1} \cdot [P] + \overline{g}_{t-2} \cdot [P]^2 + \ldots + \overline{g}_1 \cdot [P]^{t-1} \right)$$

Erläuterung: $[P]^0 = E$ (E ist die Einheitsmatrix)

Übung zur Anwendung von Markoff-Ketten

Ein Betrieb verfüge zum Zeitpunkt t = 0 über eine bestimmte Personalausstattung $\overline{PA}_0$, die sich aus Mitarbeitern verschiedener Qualifikationen (r), Abteilungs- (s) und Rangzugehörigkeit (p) zusammensetzt. Eine Gruppe i setzt sich aus Arbeitskräften zusammen, die bzgl. der genannten Zugehörigkeiten und der Qualifikation homogen sind. Im Unternehmen gibt es m solcher Gruppen. Die Personalausstattung im Zeitpunkt t = 0 läßt sich vektoriell darstellen:

$$\overline{PA}_0 = \left(PA_0^1, PA_0^2, \ldots, PA_0^i, \ldots, PA_0^m\right) = \begin{pmatrix}20 & 10 & 50\end{pmatrix}$$

Nach Ablauf einer Periode wird sich diese Anfangsausstattung z.B. aufgrund von Schulungsmaßnahmen, Versetzungen, Beförderungen und Fluktuation verändert haben.

Diese Informationen lassen sich in der Übergangsmatrix [P] darstellen:

$$[P] = \begin{bmatrix} 0{,}3 & 0{,}2 & 0{,}4 \\ 0{,}1 & 0{,}4 & 0 \\ 0{,}2 & 0{,}3 & 0{,}1 \end{bmatrix}$$

<u>Operationen mit den Grundgleichungen</u>:

$$\overline{PA}_t = \overline{PA}_{t-1} \cdot [P] = \overline{PA}_0 \cdot [P]^t \qquad (1)$$

$$\overline{PA}_t = \overline{PA}_0 \cdot [P]^t + \sum_{\tau=0}^{t-1} \overline{g}_{t-\tau} \cdot [P]^\tau \qquad (2)$$

1.) Entwicklung der Personalanfangsausstattung nach einer Periode:

$$\overline{PA}_1 = \begin{pmatrix} 20 & 10 & 50 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 0,3 & 0,2 & 0,4 \\ 0,1 & 0,4 & 0 \\ 0,2 & 0,3 & 0,1 \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 17 & 23 & 13 \end{pmatrix}$$

2.) Mit Einbeziehung der in der betrachteten Periode vorgenommenen Einstellungen h_t, die sich auf die Gruppen anhand des Rekrutierungsvektors $\bar{r} = (r_1, r_2, \dots, r_i, \dots, r_m)$ verteilen:

Mit h_t=30 und $\bar{r} = \begin{pmatrix} 0,4 & 0,3 & 0,3 \end{pmatrix}$ ergibt sich $\bar{g}_t = h_t \cdot \bar{r} = \begin{pmatrix} 12 & 9 & 9 \end{pmatrix}$

$$\overline{PA}_1 = \begin{pmatrix} 20 & 10 & 50 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} 0,3 & 0,2 & 0,4 \\ 0,1 & 0,4 & 0 \\ 0,2 & 0,3 & 0,1 \end{bmatrix} + \begin{pmatrix} 12 & 9 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 29 & 32 & 22 \end{pmatrix}$$

3.) Allgemeiner Fall: Entwicklung der Personalanfangsausstattung bei gegebener Ein- und Ausstellungspolitik $\bar{g}_t = \bar{g} = (10 \quad -5 \quad 5)$ über zwei Perioden:

$$\overline{PA}_t = \overline{PA}_0 \cdot [P]^t + \bar{g} \cdot \sum_{\tau=0}^{t-1} [P]^\tau$$

$$\overline{PA}_2 = (20 \quad 10 \quad 50) \cdot \begin{bmatrix} 0,3 & 0,2 & 0,4 \\ 0,1 & 0,4 & 0 \\ 0,2 & 0,3 & 0,1 \end{bmatrix}^2 + (10 \quad -5 \quad 5) \cdot \left(\begin{bmatrix} 0,3 & 0,2 & 0,4 \\ 0,1 & 0,4 & 0 \\ 0,2 & 0,3 & 0,1 \end{bmatrix}^0 + \begin{bmatrix} 0,3 & 0,2 & 0,4 \\ 0,1 & 0,4 & 0 \\ 0,2 & 0,3 & 0,1 \end{bmatrix}^1 \right)$$

$$= (20 \quad 10 \quad 50) \cdot \begin{bmatrix} 0,19 & 0,26 & 0,16 \\ 0,07 & 0,18 & 0,04 \\ 0,11 & 0,19 & 0,09 \end{bmatrix} + (10 \quad -5 \quad 5) \cdot \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0,3 & 0,2 & 0,4 \\ 0,1 & 0,4 & 0 \\ 0,2 & 0,3 & 0,1 \end{bmatrix} \right)$$

$$= (10 \quad 16,5 \quad 8,1) \quad + \quad (13,5 \quad -3,5 \quad 9,5)$$

$$= (23,5 \quad 13 \quad 17,6)$$

B.III4.4. Personaleinsatzplanung

- **Grundmodell**

Zielfunktion

$$\sum_{r,q} e_{r,q}\ PE_{r,q} \overset{!}{=} \text{max oder min}$$

Nebenbedingungen

(1) $\sum_{r} PE_{r,q} = \overline{PB}_q \quad \forall\ q$

(2) $\sum_{q} PE_{r,q} \leq \overline{PA}_r \quad \forall\ r$

(3) $PE_{r,q} \geq 0 \quad \forall\ r,q$

-

Das „klassische“ Personalanweisungsmodell

Zielfunktion

$$\sum_{\underline{r}=1}^{\underline{R}} \sum_{\underline{q}=1}^{\underline{Q}} e_{\underline{r},\underline{q}} \, PE_{\underline{r},\underline{q}} \overset{!}{=} \text{max oder min}$$

Nebenbedingungen

(1) $\sum_{\underline{r}} PE_{\underline{r},\underline{q}} = 1 \quad \forall \; \underline{q}$

(2) $\sum_{\underline{q}} PE_{\underline{r},\underline{q}} = 1 \quad \forall \; \underline{r}$

(3) $PE_{\underline{r},\underline{q}} \geq 0 \quad \forall \; \underline{r},\underline{q}$

Voraussetzung: $\underline{Q} = \underline{R}$

Personaleinsatzplanung mit ordinalen Präferenzen

ANNAHMEN:

- q repräsentiere eigenständige Entscheidungsbereiche, Profit-Center, Abteilungen, ...
- lediglich ordinale Präferenzen über Zuordnungen auf beiden Seiten
- „jede Zuordnung ist besser als keine Zuordnung“
- ganzzahlige Lösungen gesucht
- $\#(\underline{R})=\#(\underline{Q})$

<u>GALE/SHAPLEY (1962): „COLLEGE ADMISSIONS AND THE STABILITY OF MARRIAGE“</u>

Eine Zuordnung von Arbeitskräften zu Abteilungen ist *instabil*, wenn zwei Arbeitskräfte r' und $r'' \in \underline{R}$ existieren, die den Abteilungen q' bzw. $q'' \in \underline{Q}$ zugeordnet sind,

- obwohl Arbeitskraft r' die Abteilung q'' der Abteilung q' vorzieht <u>und</u>
- die Abteilung q'' die Arbeitskraft r' der Arbeitskraft r'' vorzieht.

Weist eine Zuordnung eine solche Eigenschaft nicht auf, so ist sie *stabil*, d.h. „scheidungssicher“ („divorce-proof“) [Gale/Sotomayor (1985)]

Eine stabile Zuordnung ist *optimal* aus Sicht der Abteilungen/Arbeitskräfte (im folgenden als *Q-optimal* bzw. *R-optimal* bezeichnet) wenn keine andere stabile Zuordnung existiert, bei der jede Abteilung/Arbeitskraft mindestens genau so gut gestellt wird.

Existiert immer eine stabile Zuordnung?

Wie kann sie ermittelt werden?

Der Gale/Shapley-Algorithmus: „deferred acceptance“-procedure [dap]

1. Schritt: Jede Arbeitskraft „bewirbt“ sich bei ihrer höchstgeschätzten Abteilung.
2. Schritt: Jede Abteilung, bei der sich mehr als eine Arbeitskraft „bewirbt“, weist alle Arbeitskräfte außer der am meisten geschätzten zurück; letztere wird auf ihre „Warteliste“ gesetzt.
3. Schritt: Jede Arbeitskraft, die sich auf keiner Warteliste befindet, bewirbt sich bei ihrer am nächsthöchsten geschätzten Abteilung.

4. Schritt:

Fall a) Jede Abteilung, die noch keine Arbeitskraft auf ihrer Warteliste hat, weist alle Arbeitskräfte außer dem höchstgeschätzten Bewerber zurück. Dieser wird auf ihre „Warteliste“ gesetzt.

Fall b) Jede Abteilung, die bereits eine Arbeitskraft auf ihrer Warteliste hat, vergleicht diesen mit den neuen Bewerbern.

Fall b1) Ist darunter eine höhergeschätzte Arbeitskraft, wird diese auf die „Warteliste“ gesetzt, die restlichen Bewerber einschließlich des ursprünglichen Kandidaten auf der Warteliste werden abgewiesen.

Fall b2) Ist darunter keine höhergeschätzte Arbeitskraft, verbleibt der Kandidat auf der Warteliste; alle neuen Bewerber werden abgewiesen.

► zurück zu Schritt 3, bis keine Veränderungen mehr vorgenommen werden.

Die Prozedur kann dezentral oder zentral von einem „matchmaker“ durchgeführt werden.

Aussagen zum Gale/Shapley-Algorithmus

(1) Die *„deferred acceptance"-procedure* führt stets zu einem stabilen Ergebnis, was zugleich bedeutet, daß in solchen Zuordnungssituationen stets mindestens eine stabile Zuordnung existiert. [Gale/Shapley (1962, 12f.)][1]

Im Rahmen der kooperativen Spieltheorie ist der **Kern eines N-Personen-Spiels** die Menge aller pareto-effizienten, durch keine Koalition dominierten Ergebnisse.

(1b) Die Menge der stabilen Zuordnungen begründet den Kern des Zuordnungspiels. [Roth (1984a, 999; 1984b, 47f.; 1984c, 383; 1985a, 380; 1985b, 278)]

[1] Vgl. auch bei Dubins/Freedman (1981, 486f.), Roth (1982, 620f.; 1984a, 1000 i.V.m. 1008-1010; 1985b, 279).

(2) Die *„deferred acceptance"-procedure* führt im Hochzeitsproblem auch im Fall $\#(\underline{R}) \neq \#(\underline{Q})$ zu einer stabilen Zuordnung.
[Gale/Shapley (1962, 13)][2]

(2a) Die im Fall $\#(\underline{R}) \neq \#(\underline{Q})$ nicht Zugeordneten Arbeitskräfte bzw. Abteilungen im Hochzeitsproblem sind in jeder stabilen Zuordnung dieselben.
[Roth (1984a, 1007), Gale/Sotomayor (1985a, 228; 1985b, 263f.)]

[2] Vgl. ausführlich auch bei Dubins/Freedman (1981, 492f.).

(3) In der oben beschriebenen Variante der *„deferred acceptance“-procedure* (*dap*$^{\underline{R}}$) führt das „Bewerbungsrecht“ der Arbeitskräfte und das „Ablehungsrecht“ der Abteilungen zum *$\underline{R}$-optimalen* stabilen Ergebnis aus Sicht der Arbeitskräfte.
Wird die Prozedur unter Umkehrung des „Bewerbungsrechts“ respektive des „Ablehungsrechts“ durchgeführt (*dap*$^{\underline{Q}}$), wird das *Q*-optimale stabile Ergebnis aus Sicht der Abteilungen realisiert.
[Gale/Shapley (1962, 14)][3]

(3a) Die *Q*-optimale Zuordnung aus Sicht der Abteilungen ist zugleich die schlechtest mögliche stabile Zuordnung aus Sicht der Arbeitskräfte (und vice versa).
[Roth (1984a, 1000 i.V.m. 1008-1010; 1984b, 47f.; 1985a, 380; 1985b, 279)]

(4) Die Ergebnisse der Prozeduren *dap*$^{\underline{R}}$ und *dap*$^{\underline{Q}}$ sind nur dann identisch, wenn in einem Hochzeitsproblem lediglich eine einzige stabile Zuordnung existiert. [Gale/Shapley (1962, 13)]

[3] Vgl. ausführlich auch bei Dubins/Freedman (1981, 486f.); Roth (1982, 620f.; 1984a, 1000 i.V.m. 1008-1010); Gale/Sotomayor (1985a, 228f. i.V.m. 231f.; 1985b, 262).

Das „marriage problem“ ist ein Unterfall des „college admissions problem“ [$\rightarrow PB_q \geq 1$].

(5) Die Aussagen (1), (2) (3) und (4) gelten entsprechend für das „college admissions problem“.
[Gale/Shapley (1962, 13f.)][4]

(5a) Die Aussage (2a) gilt entsprechend für das „college admissions problem“.
[Roth (1984a, 1007), Gale/Sotomayor (1985b, 263f.)]

Die *„deferred acceptance“-procedure* wurde über 30 Jahre lang vom „National Intern and Resident Matching Program“ (Evanston, Ill.) als „NIRMP algorithm“ angewandt, um die Zuordnung von „Ärzten im Praktikum“ zu Krankenhäusern vorzunehmen.[5]

[4] Vgl. auch bei Dubins/Freedman (1981, 493).

[5] Vgl. zur Historie des „National Intern Matching Program“ ausführlich bei Roth (1984a, 991-997 u. 1005-1008); zum NIMP-Algorithmus und seiner Äquivalenz zum Gale/Shapley-Algorithmus vgl. Roth (1984a, 1008f.); vgl. auch bei Gale/Sotomayor (1985a, 224ff.; 1985b, 262),

Beeinflussung der Zuordnung durch falsche Präferenzen [Dubins/Freedman (1981)]

Die Angabe der Präferenzordnungen vor Anwendung eines Zuordnungsverfahrens bilden ein nichtkooperatives Spiel mit asymmetrischer (privater) Information.

(6) Keine Abteilung kann durch die Angabe einer falschen Präferenzordnung in der $dap^{\underline{Q}}$-Variante der *„deferred acceptance"-procedure* eine bessere Zuordnung im Hochzeitproblem erreichen, als bei Angabe ihrer wahren Präferenzen. [Dubins/Freedman (1981, 487f.)]

(6a) In jedem Zuordnungverfahren, das für das Hochzeitsproblem ein $\underline{Q}$-optimales Ergebnis generiert, ist für jede Abteilung die Angabe ihrer wahren Präferenzordnung die „beste Antwort" auf die angegebenen Präferenzordnungen der anderen Abteilungen, unabhängig davon, ob diese der Wahrheit entsprechen oder nicht.
[Roth (1984c, 386)]

(6b) In jedem Zuordnungverfahren, das für das Hochzeitsproblem ein Q-optimales Ergebnis generiert, ist für jede Abteilung die Angabe ihrer wahren Präferenzordnung die dominante Strategie.

[Roth (1982, 623ff.; 1984, 385; 1985b, 280)]

(7) Kolludieren einige Abteilungen in der dap^{Q}-Variante der *„deferred acceptance"-procedure*, so können nicht alle dieser Abteilungen durch die Verwendung falscher Präferenzordnungen eine bessere Zuordnung erreichen, als bei Angabe ihrer wahren Präferenzen, wenn die nicht an der Kollusion beteiligten Abteilungen ihre wahren Präferenzen angeben.

[Dubins/Freedman (1981, 490f.)]

(8) Eine Arbeitskraft kann möglicherweise durch die Angabe einer falschen Präferenzordnung in der *dap*^{Q}-Variante eine bessere Zuordnung erreichen, als bei Angabe ihrer wahren Präferenzen.
[Dubins/Freedman (1981, 493f.)]

(8a) In jedem Zuordnungsverfahren, das für das Hochzeitsproblem ein Q-optimales Ergebnis generiert, ist für eine Arbeitskraft die Angabe ihrer wahren Präferenzordnung nicht immer die „beste Antwort" auf die angegebenen Präferenzordnungen der anderen Arbeitskräfte, unabhängig davon, ob diese der Wahrheit entsprechen.
[Roth (1984c, 386)]

(8b) Es existiert kein Zuordnungsverfahren für das Hochzeitsproblem, das stabile Zuordnungen generiert, in dem die Angabe einer wahrheitsgemäßen Präferenzordnung stets dominante Strategie für alle Beteiligten ist.
[Roth (1982, 622; 1984a, 1003; 1985b, 280)]

(8c) In einem Zuordnungsverfahren, das für das Hochzeitsproblem ein *Q*-optimales Ergebnis generiert, ist die Angabe der wahren Präferenzordnung nur dann eine dominante Strategie für alle Arbeitskräfte, wenn nur eine einzige stabile Zuordnung existiert.
[Gale/Sotomayor (1985b, 264f.)]

(8d) In einem Zuordnungsverfahren, das für das Hochzeitsproblem ein *Q*-optimales Ergebnis generiert, ist die Angabe einer falschen Präferenzordnung die beste Antwort für mindestens eine Arbeitskraft auf die Angabe wahrer Präferenzen durch alle anderen Arbeitskräfte.
[Gale/Sotomayor (1985b, 264f.)]

(8e) In einem Zuordnungsverfahren, das für das Hochzeitsproblem ein *Q*-optimales Ergebnis generiert, ist die Angabe einer falschen Präferenzordnung, die die Lieblingsabteilung einer Arbeitskraft nicht wahrheitsgemäß an erster Stelle ausweist, eine dominierte Strategie.
[Roth (1982, 624ff.; 1984a, 1003), Gale/Sotomayor (1985b, 267f.)]

B.III.4.5. Personalbereitstellungsplanung

Index

$t = 1, 2, ..., T$.=Index zur Kennzeichnung von Teilperioden

Daten

$\overline{PB}_t$:= gegebener (standardisierter) Personalbedarf in Periode t

$\overline{PA}_0$:= gegebene Personalanfangsausstattung

Variable

PA_t := Zahl der fest angestellten Arbeitskräfte in Periode t

h_t := Zahl der einzustellenden Arbeitskräfte in Periode t

f_t := Zahl der zu entlassenden Arbeitskräfte in Periode t

PBU_t := Zahl der fehlenden fest angestellten Arbeitskräfte in Periode t (Unterdeckung des Personalbedarfs)

PAO_t := Zahl der überschüssigen fest angestellten Arbeitskräfte in Periode t (Überausstattung mit Personal)

Koeffizienten (Zielfunktion)

Φ_G^t := Personalkosten pro fest angestellter Arbeitskraft in Periode t

Φ_H^t := Einstellungskosten pro einzustellender Arbeitskraft in Periode t

Φ_F^t := Entlassungskosten pro zu entlassender Arbeitskraft in Periode t

Φ_K^t := Zusatzkosten/Deckungsbeitragseinbußen pro fehlender fest angestellter Arbeitskraft in Periode t

Φ_E^t := Zusatzdeckungsbeitrag/Personalkosteneinsparung pro überschüssiger fest angestellter Arbeitskraft in Periode t

Zielfunktion

(A1) $Z = \sum_{t=1}^{T} \left(\Phi_G^t \cdot PA_t + \Phi_H^t \cdot h_t + \Phi_F^t \cdot f_t + \Phi_K^t \cdot PBU_t - \Phi_E^t \cdot PAO_t \right) \overset{!}{=} \min$

Restriktionen

(A2) $PA_t + PBU_t - PAO_t = \overline{PB}_t$ $\forall$ t = 1, 2, ..., T

(A3) $PA_t = PA_{t-1} + h_t - f_t = \overline{PA}_0 + \sum_{\tau=1}^{t} (h_\tau - f_\tau)$ $\forall$ t = 1, 2, ..., T

(A4) Obergrenzen für h_t, f_t, PBU_t, PAO_t $\forall$ t = 1, 2, ..., T

(A5) $PA_t, h_t, f_t, PBU_t, PAO_t \geq 0$ $\forall$ t = 1, 2, ..., T

1. Pooling-Modelle

= Justierung der Personalausstattung nur zu Beginn der Planungsperiode, d.h.

$PA_t = PA \left(= \overline{PA}_0 + h_1 - f_1\right)$ für alle t = 1, 2, ...T

$h_t, f_t = 0$ für alle t = 2, 3, ...T

Lösung mit Hilfe der kritischen Bedarfszeit $\hat{t}$

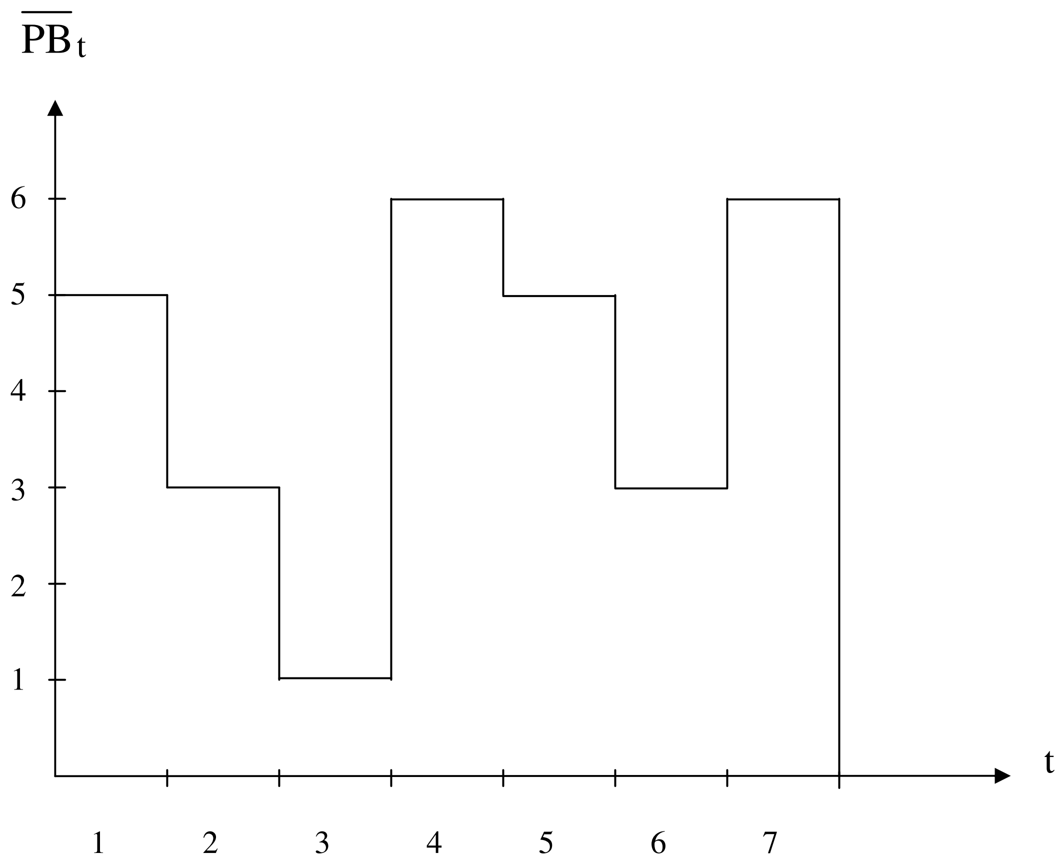
$$\Phi^K \cdot \hat{t} = \Phi^G \cdot T - \Phi^E \cdot \left(T - \hat{t}\right)$$

Nach Umformung ergibt sich für die kritische Bedarfszeit $\hat{t}$:

$$(*)\ \hat{t} = \frac{\Phi^G - \Phi^E}{\Phi^K - \Phi^E} \cdot T$$

ÜBUNG ZUR KRITISCHEN BEDARFSZEIT

$\overline{PB}_1 = 5; \overline{PB}_2 = 3; \overline{PB}_3 = 1; \overline{PB}_4 = 6; \overline{PB}_5 = 5; \overline{PB}_6 = 3; \overline{PB}_7 = 6;$



$$\Phi_G = 700; \Phi_K = 900; \Phi_E = 600;$$

$$\Phi_K \cdot \hat{t} = \Phi_G \cdot T - \Phi_E (T - \hat{t})$$

$$(\Phi_K - \Phi_E) \cdot \hat{t} = (\Phi_G - \Phi_E) \cdot T \Rightarrow \hat{t} = \frac{\Phi_G - \Phi_E}{\Phi_K - \Phi_E} \cdot T$$

$$\hat{t} = \frac{700 - 600}{900 - 600} \cdot 7 = 2\frac{1}{3}$$

2. Hiring-Firing-Modelle

= Veränderung der Personalausstattung zu jeder Teilperiode möglich. Unterdeckungen des Personalbedarfs sind unzulässig. Überdeckungen des Personalbedarfs führen weder zu zusätzlichen Deckungsbeiträgen noch zu Personalkosteneinsparungen, d.h.

$PBU_t = 0, \ \Phi_E^t = 0 \qquad \forall\, t = 1, 2, ...T$

Entscheidungsvariablen: h_t, f_t, PA_t, PAO_t

<u>Entscheidungsregeln (vereinfacht) zu den Hiring - Firing – Modellen</u>

$$\left.\begin{array}{c} \Phi_F^t + \Phi_H^{t^*} - \sum\limits_{\tau=t}^{t^*-1} \Phi_G^\tau \\ \text{bzw.} \\ \Phi_F + \Phi_H - (t^* - t)\cdot\Phi_G \end{array}\right\} \begin{cases} < 0 & \rightarrow \text{Firing und Hiring} \\ = 0 & \rightarrow \text{Indifferenz} \\ > 0 & \rightarrow \text{Halten} \end{cases}$$

Dabei bedeutet:

$(t^* - t) =$ Dauer der betrachteten Personalbedarfslücke

Dienst- und Schichtplanung als Sonderfall der Personalbereitstellungsplanung

Symbole

Index

$s = 1, 2, ..., S$.= Index zur Kennzeichnung von Schichten

Variable

PA_s .= Anzahl der Arbeitskräfte, die nach Schicht s bereitgestellt werden

Koeffizienten/Datum

$\overline{PB}_{qt}$.= Personalbedarf der Tätigkeitsart q in Zeitabschnitt t

$\overline{PA}^{max}$.= Anzahl der Arbeitskräfte, die maximal bereitgestellt werden können

Φ_s .= schichtabhängige Personalkosten

$$a_t^s \; .= \begin{cases} 1, & \text{wenn Schicht s in Zeitabschnitt t einen Einsatz vorsieht} \\ 0, & \text{sonst} \end{cases}$$

Modell

Zielfunktion

(C1) $$\sum_{s=1}^{S} \Phi_s \, PA_s \overset{!}{=} \min$$

Restriktionen

(C2) $$\overline{PB}_t \leq \sum_{s=1}^{S} a_t^s \cdot PA_s$$ für alle t = 1, 2, ...T

(C3) $$\sum_{s=1}^{S} PA_s \leq \overline{PA}^{max}$$

(C4) $$PA_s \geq 0$$ für alle s = 1, 2, ...S

B.III.4.6. Personalverwendungsplanung

Symbole:

D^k := Deckungsbeitrag, der mit der einmaligen Durchführung eines Prozesses der Art k verbunden ist

a_k^q := Personalbedarf für Tätigkeiten der Art q bei einmaliger Durchführung des Prozesses k

x_t^k := Niveau des Prozesses k in Periode t

$X_t^k[\max]$:= bis Periode t maximal zulässige Zahl an Durchführungen des Prozesses k

Ansatz

Zielfunktion

$$\sum_{t=1}^{T} \sum_{k=1}^{K} D^k x_t^k \overset{!}{=} \max$$

Nebenbedingungen

$$(1) \quad \sum_{\tau=1}^{t} x_\tau^k \leq X_t^k[\max] \qquad \forall\ k, t$$

$$(2) \quad \sum_{k} a_k^q\ x_t^k - \sum_{r \in R_q} PE_t^{r,q} = 0 \qquad \forall\ q, t$$

$$(3) \quad \sum_{q \in Q_r} PE_t^{r,q} \leq \overline{PA}_t^r \qquad \forall\ r, t$$

$$(4) \quad x_t^k,\ PE_t^{r,q} \geq 0 \qquad \forall\ k, r, q, t$$

B.III.4.7. simultane Personalplanung

Ansätze zur simultanen Personal- und Produktionsprogrammplanung

Annahmen des Grundmodells:

1. Es handelt sich um eine einstufige Einproduktfertigung.
2. Die Beschaffung von Vorprodukten ist in jeder Teilperiode problemlos möglich (keine Lagerung!).
3. Absatzprogramm und Absatzpreise sind fest vorgegeben.

   Daraus folgt:
   1. Die Umsatzerlöse sind Daten.
   2. Die Gewinnmaximierung entspricht der Kostenminimierung.
4. Die Größe des Anfangslagers an Produkten ist bekannt. Die Größe des Endlagers ist fest vorgegeben.
5. Die variablen Produktionsgesamtkosten einschließlich Lohnkosten verlaufen linear, d.h. es werden Stücklöhne gezahlt.

Aus 4. und 5. folgt:

$$\overline{m}_T = \overline{m}_0 + \sum_{t=1}^{T} p_t - \sum_{t=1}^{T} \overline{v}_t$$

$$\Rightarrow \sum_{t=1}^{T} p_t = \overline{m}_T - \overline{m}_0 + \sum_{t=1}^{T} \overline{v}_t$$ (<u>Gesamt</u>produktionsmenge $\hat{=}$ Datum)

$\Rightarrow k_v \cdot \sum_{t=1}^{T} p_t$ = Datum und können aus der Zielfunktion eliminiert werden.

6. Die Produktion erfolgt durch <u>eine</u> Kategorie von Arbeitskräften, deren Produktivität bekannt ist.
7. Die Anfangsausstattung mit Personal $\overline{PA}_0 = 0$; die Personalausstattung kann nur durch Einstellungen und Entlassungen verändert werden.
8. Alle Arbeitskräfte werden in der Produktion eingesetzt.

   Daraus folgt: Produktionsänderungen lösen entsprechende Personalausstattungsänderungen in Form von Einstellungen und Entlassungen aus.

   Einstellungs- und Entlassungskosten sind als Produktionsänderungskosten interpretierbar; andere Produktionsänderungskosten treten nicht auf.
9. Lernprozesse und Fluktuation spielen keine Rolle (Annahme 9 wird später aufgehoben).
10. Lagerkostensatz und Einstellungs- bzw. Entlassungskosten pro Arbeitskraft sind zeit- und mengenunabhängig.

Variable:

m := in einer Periode zu lagernde Menge an Vor-, Zwischen- und Endprodukten

p := in einer Periode zu produzierende Menge

u := (binäre) Hilfsvariable

v := in einer Periode abzusetzende Menge

$\bar{v}$:= in einer Periode auszuliefernde Menge aufgrund Lieferverpflichtung

Indices:

$i = 1,2,...,I$:= Index zur Kennzeichnung von Ablaufplänen

$l = 1,2,...,L$:= Index zur Kennzeichnung des erreichten Lerngrades von Arbeitskräften

$\nu = 1,2,..., N$:= Index zur Kennzeichnung von Produkten

$\kappa = 1,2,..., K$:= Index zur Kennzeichnung unterschiedlicher Arbeitszeitbedingungen

Koeffizienten:

a := Ausbringung pro Arbeitskraft und Periode
(Arbeitsproduktivität)

d := Bedarf an Arbeitsstunden pro Produkteinheit

d´:= Bedarf an Arbeitsstunden für die Umrüstung der Produktion

g := Bedarf an Arbeitsstunden pro Periode

G := Bereitgestellte Arbeitsstunden pro Arbeitskraft

α := Fluktuationsrate

Grundmodell

Zielfunktion

$$K = \sum_{t=1}^{T} \Phi_M m_t + \sum_{t=1}^{T} \Phi_H h_t + \sum_{t=2}^{T} \Phi_F f_t \overset{!}{=} \min$$

Nebenbedingungen

1. Bestimmungsgleichung für die Lagermenge

$$m_t = \sum_{\tau=1}^{t} p_\tau - \sum_{\tau=1}^{t} \overline{v}_\tau \qquad \text{für } t = 1,2,\ldots,T$$

$$m_0 = 0$$

$$m_T = 0$$

2. Abstimmung: Personalbedarf - Personalausstattung

$$p_t = a \ PA_t \qquad \text{für } t = 1,2,\ldots,T$$

3. Bestimmungsgleichung für die Personalausstattung (Fortschreibungsgleichung)

$$PA_t = PA_{t-1} + h_t - f_t \qquad \text{für } t = 1,2,\dots,T \quad \text{mit } PA_0 = \overline{PA}_0 = 0$$

4. Nichtnegativitätsbedingungen

$$p_t, m_t, PA_t, h_t, f_t \geq 0 \qquad \text{für alle } t$$

Ein Ansatz zur simultanen Personal- und Organisationsplanung

Symbolverzeichnis

$k = 1,2,...,K$		Index zur Kennzeichnung der Aufgabenarten
$r = 1,2,...,R$		Index zur Kennzeichnung der Arbeitskräftearten
$i = 1,2,...,I$		Index zur Kennzeichnung der Stellenarten
A_k	.=	Umfang der Aufgabe der Art k [z.B. Durchführungshäufigkeit der Aufgabenart k pro Periode]
P_r	.=	(auf Dauer) maximal verfügbare Zahl an Arbeitskräften der Art r
t_{ki}	.=	(durchschnittliche) Zeit zur Erledigung einer Aufgabeneinheit der Art k auf einer Stelle der Art i
T	.=	Zeit, die eine Arbeitskraft bzw. ein Stelleninhaber pro Periode zur Verfügung stellt
α_{ir}	.=	Leistungsfaktor von Arbeitskräften der Art r auf Stellen der Art i bezogen auf eine definierte Basisleistung
$PE_{i,r}$	.=	Einsatz von Arbeitskräften der Art r auf Stellen der Art i
PA_r	.=	(zu realisierende) Ausstattung des Betriebes mit Arbeitskräften der Art r
x_i	.=	Zahl der einzurichtenden Stellen der Art i (ganzzahlig)
y_{ki}	.=	Anteil am Gesamtumfang der Aufgabenart k, der Stellen der Art i übertragen werden soll
g_{ir}	.=	Personalkosten pro Arbeitskraft der Art r und pro Periode auf einer Stelle der Art i
$\bar{c}_i$	.=	periodisierte Kosten der Einrichtung und Unterhaltung von Stellen der Art i ausschließlich Personalkosten
I_k	.=	Menge der Stellenarten i, auf denen Aufgaben der Art k erledigt werden können
K_i	.=	Menge der Aufgabenarten k, die auf Stellen der Art i erledigt werden können
R_i	.=	Menge der Arbeitskräftearten r, die auf Stellen der Art i eingesetzt werden können (≡ Bereitstellungsspektrum)
I_r	.=	Menge der Stellenarten i, auf denen Arbeitskräfte der Art r eingesetzt werden können (≡ Verwendungsspektrum)

K verschiedene Aufgaben der Art k

[A_k.= Umfang der Aufgaben der Art k (Datum)]

I verschiedene Stellen der Art i

[x_i.= Zahl der zu bildenden Stellen der Art i (Variable)]

R verschiedene Arbeitskräfte der Art r

[P_r.= Zahl der auf Dauer maximal verfügbaren Arbeitskräfte der Art r (Datum)]

$y_{k,i}$.= Anteil der Stellenart i an der Erledigung des Gesamtumfangs der Aufgabenart k

[$\sum_{i \in I_k} y_{k,i} = 1 \quad \forall\ k$]

$\frac{t_{k,i} \cdot A_k \cdot y_{k,i}}{T}$.= „standardisierter“ Personalbedarf zur Erledigung von Aufgaben der Art k auf Stellen der Art i

PE_{ir}.= Zahl der Arbeitskräfte der Art r, die auf Stellen der Art i eingesetzt werden

[$\sum_{i \in I_r} PE_{i,r} \le P_r \quad \forall\ r$]

$\alpha_{i,r}PE_{i,r}$.= „korrigierter“ Personaleinsatz von Arbeitskräften der Art r auf Stellen der Art i

$PB_i^* = \sum_{k \in K_i} \frac{t_{k,i} \cdot A_k}{T} y_{k,i}$	$\leq \sum_{r \in R_i} \alpha_{i,r} PE_{i,r} = PE_i^* \quad \forall i$
„standardisierter“ Personalbedarf für Stellen der Art i	„korrigierter“ Personaleinsatz auf Stellen der Art i

Stellenbildung und -besetzung: $\sum_{r \in R_i} PE_{i,r} - x_i \leq 0 \qquad \forall\ i$

Zielfunktion: $\sum_i \sum_{r \in R_i} g_{i,r} PE_{i,r} + \sum_i \overline{c}_i x_i \overset{!}{=} \min$

Zielfunktion

$$\sum_i \sum_{r \in R_i} g_{ir}\, PE_{ir} + \sum_i \bar{c}_i\, x_i \overset{!}{=} \min$$

Allgemeine Nebenbedingungen

(1) Vollständigkeitsbedingungen

$$\sum_{i \in I_k} y_{ki} = 1 \quad \forall\, k$$

(2) Kapazitätsbedingungen

$$\text{(a)} \quad \sum_{k \in K_i} \frac{t_{ki} \cdot A_k}{T} y_{ki} - \sum_{r \in R_i} \alpha_{ir} PE_{ir} \leq 0 \quad \forall i$$

$$\text{(b)} \quad \sum_{r \in R_i} PE_{ir} - x_i \leq 0 \quad \forall i$$

$$\text{(c)} \quad \sum_{i \in I_r} PE_{ir} - PA_r \leq 0 \quad \forall r$$

$$\text{(d)} \quad PA_r \leq P_r \quad \forall r$$

(3) Allgemeine Stellenbedingungen (z.B.)

(a)

$$x_i \leq \begin{cases} 1 & \text{Ausschluß von Parallelstellen} \\ X_i \\ \varepsilon \cdot \sum_{j=1}^{J} x_j \end{cases}$$

X_i, $\varepsilon \cdot \sum_{j=1}^{J} x_j$: Obergrenzen für die Einrichtung von Parallelstellen $[0 < \varepsilon < 1]$ $\forall$ i

(b) $x_i \geq 0$ und ganzzahlig $\forall$ i

[(c) $y_{ki} - \frac{1}{A_k} x_i \geq 0 \quad \forall i \text{ und } k \in K_i$]

Nichtnegativitätsbedingungen

$x_i, y_{ki}, PE_{ir}, PA_r \geq 0 \qquad \forall$ i, r, k

$u_{ki}, \hat{u}_i, \hat{u}, u_i \in \{0,1\} \qquad \forall$ k, i