

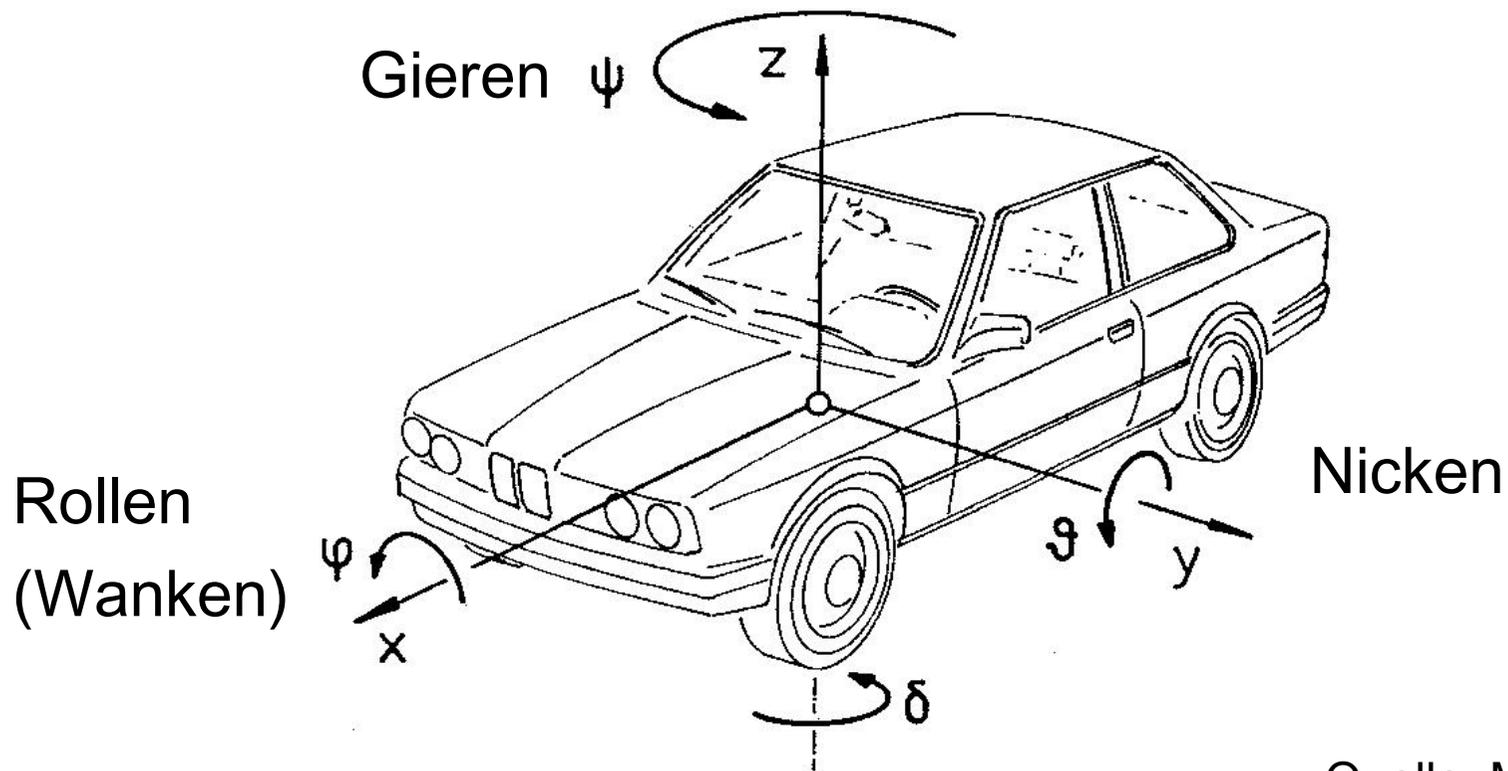
# 3 Fahrwerke

---

- Fahrzeugkoordinatensystem
- Einspur-Fahrzeugmodell
- Lenkung
- Radaufhängungen
- Federung

# Fahrzeug-Koordinatensystem

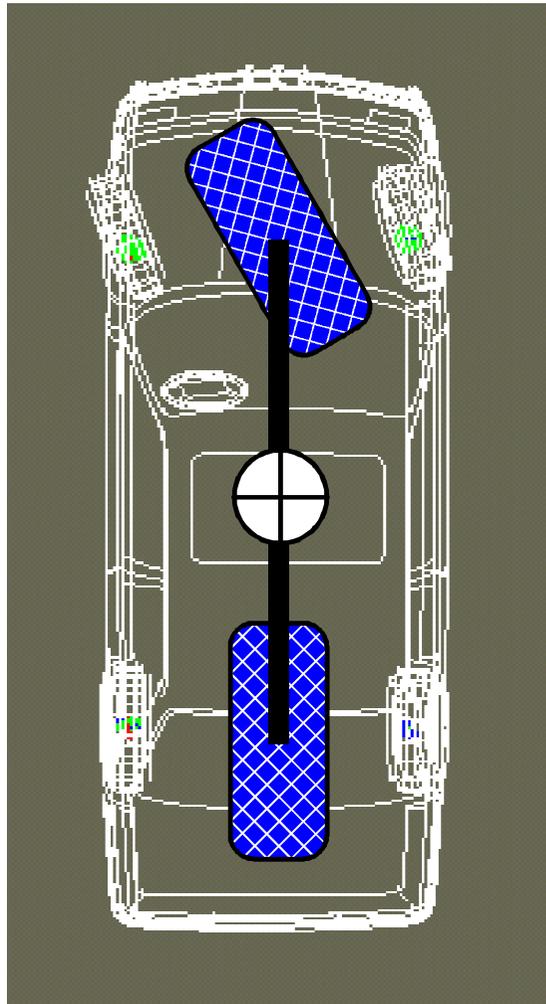
---



Quelle: Matschinsky

# 3.1 Einspur-Fahrzeugmodell

---

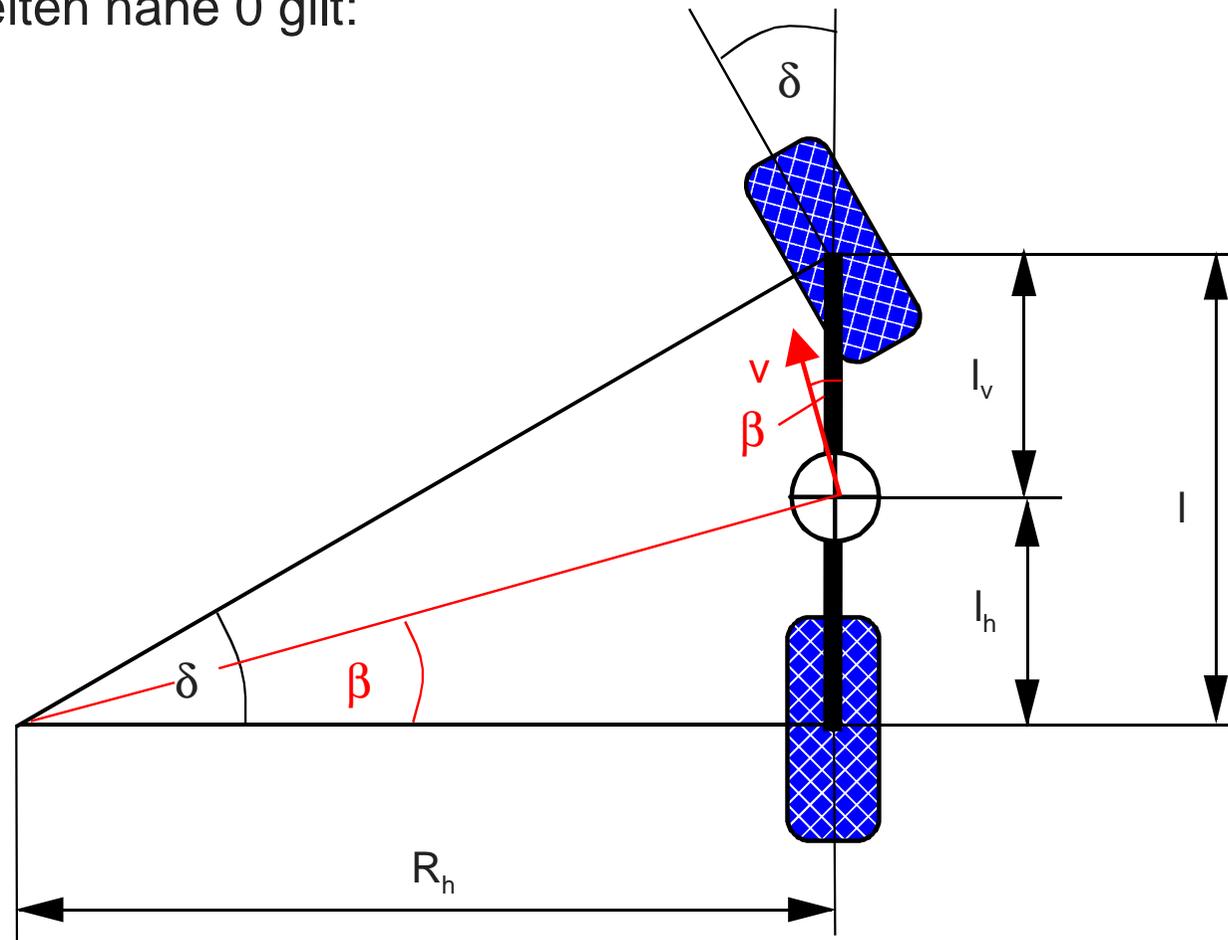


# Einspur-Fahrzeugmodell

Für Geschwindigkeiten nahe 0 gilt:

$$\tan \delta = \frac{l}{R_h}$$

$$\tan \beta = \frac{l_h}{R_h}$$



# Übungsaufgabe

---

Berechnen Sie Lenkwinkel und Schwimmwinkel für eine Kreisfahrt mit 25 m Radius. Die Geschwindigkeit des Fahrzeugs ist sehr gering, so dass Fliehkräfte vernachlässigt werden können. Der Radstand des Fahrzeugs beträgt 2560 mm. Die Achslastverteilung von Vorder- zu Hinterachse beträgt 60:40.

# Einspur-Fahrzeugmodell

$$m \cdot a_q = m \cdot \frac{v_s^2}{R} = m \cdot \frac{v_s}{R} \cdot \dot{v} \cdot R$$

$$m \cdot a_q = m \cdot v_s \cdot (\dot{\psi} - \dot{\beta}) \leq \mu \cdot m \cdot g$$

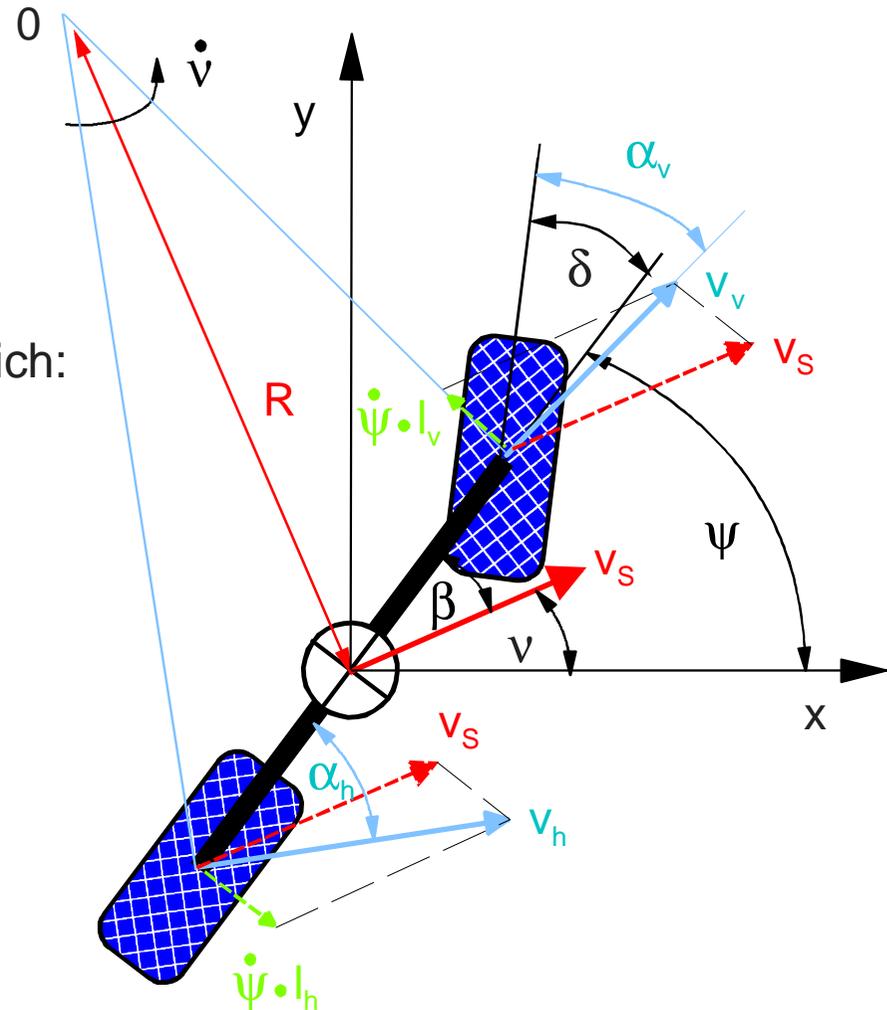
Für stationäre Kreisfahrt ( $\dot{\beta} = 0$ ) ergibt sich:

$$\dot{\psi} = \frac{a_q}{v_s}$$

Für  $l \ll R$  gilt:

$$\alpha_v = \delta + \beta - \frac{l_v \cdot \dot{\psi}}{v_s}$$

$$\alpha_h = \beta + \frac{l_h \cdot \dot{\psi}}{v_s}$$



# Übungsaufgabe

---

Ein Fahrzeug fährt auf einer Kreisbahn mit einer konstanten Geschwindigkeit von 40 km/h. Der Kurvenradius beträgt 25 m und es wird ein Schwimmwinkel von  $4^\circ$  und Lenkwinkel von  $5^\circ$  gemessen. Der Schwerpunkt befindet sich genau in der Mitte des Fahrzeugs ( $l_v = l_h = 1,25$  m). Wie groß sind die Gierwinkelgeschwindigkeit und die Schräglaufwinkel an Vorder- und Hinterachse?

# Übungsaufgabe

---

Das Lenkverhalten eines Fahrzeugs soll mit Hilfe des Einspurmodells untersucht werden. Gegeben sind folgende Daten:

Fahrzeugmasse	$m_F$	=	1200 kg
Schwerpunktstand vorne	$l_v$	=	1,25 m
Schwerpunktstand hinten	$l_h$	=	1,35 m
Schräglaufsteifigkeit an Vorderachse	$C_{\alpha v}$	=	50 000 N/rad
Schräglaufsteifigkeit an Hinterachse	$C_{\alpha h}$	=	60 000 N/rad

Das Fahrzeug befährt stationär eine Kurve mit einem Radius von 120 m. Bestimmen Sie für eine Geschwindigkeit von 22 m/s den Schwimm- und den Lenkwinkel. Wie ändern sich die Verhältnisse wenn die Geschwindigkeit auf 28m/s erhöht wird?

# Eigenlenkverhalten des Einspur-Fahrzeugmodells

Für stationäre Kreisfahrt ( $\ddot{\psi} = 0, \dot{\beta} = 0$ ) gilt:

$$F_{Sv} \cdot l = m \cdot a_q \cdot l_h$$

$$c_{Sv} \cdot \alpha_v \cdot l = m \cdot a_q \cdot l_h$$

$$c_{Sv} \cdot \left( \delta + \beta - \frac{l_v \cdot \dot{\psi}}{v_s} \right) \cdot l = m \cdot a_q \cdot l_h$$

Auflösen nach  $\beta$  ergibt:

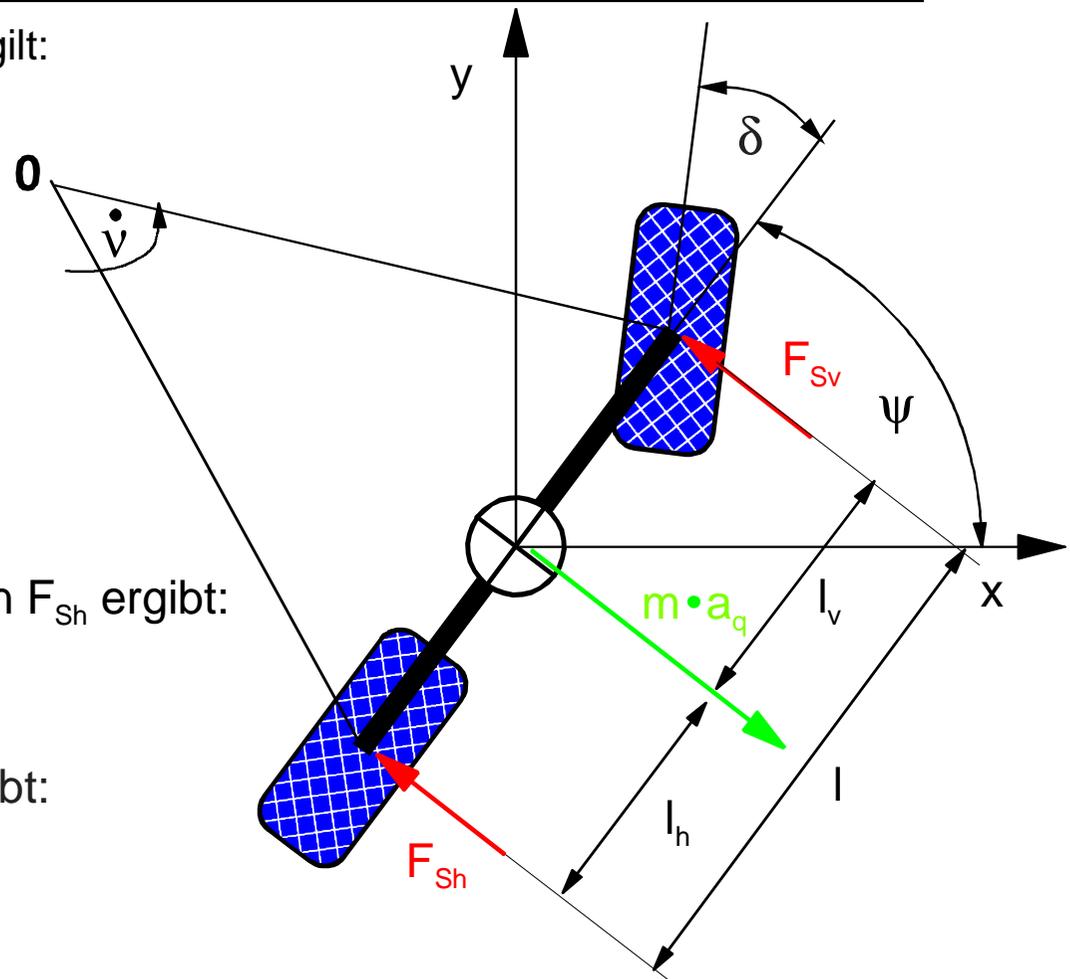
$$\beta = \frac{m \cdot a_q \cdot l_h}{c_{Sv} \cdot l} - \delta + \frac{l_v \cdot \dot{\psi}}{v_s}$$

Analoge Berechnung mit Hilfe von  $F_{Sh}$  ergibt:

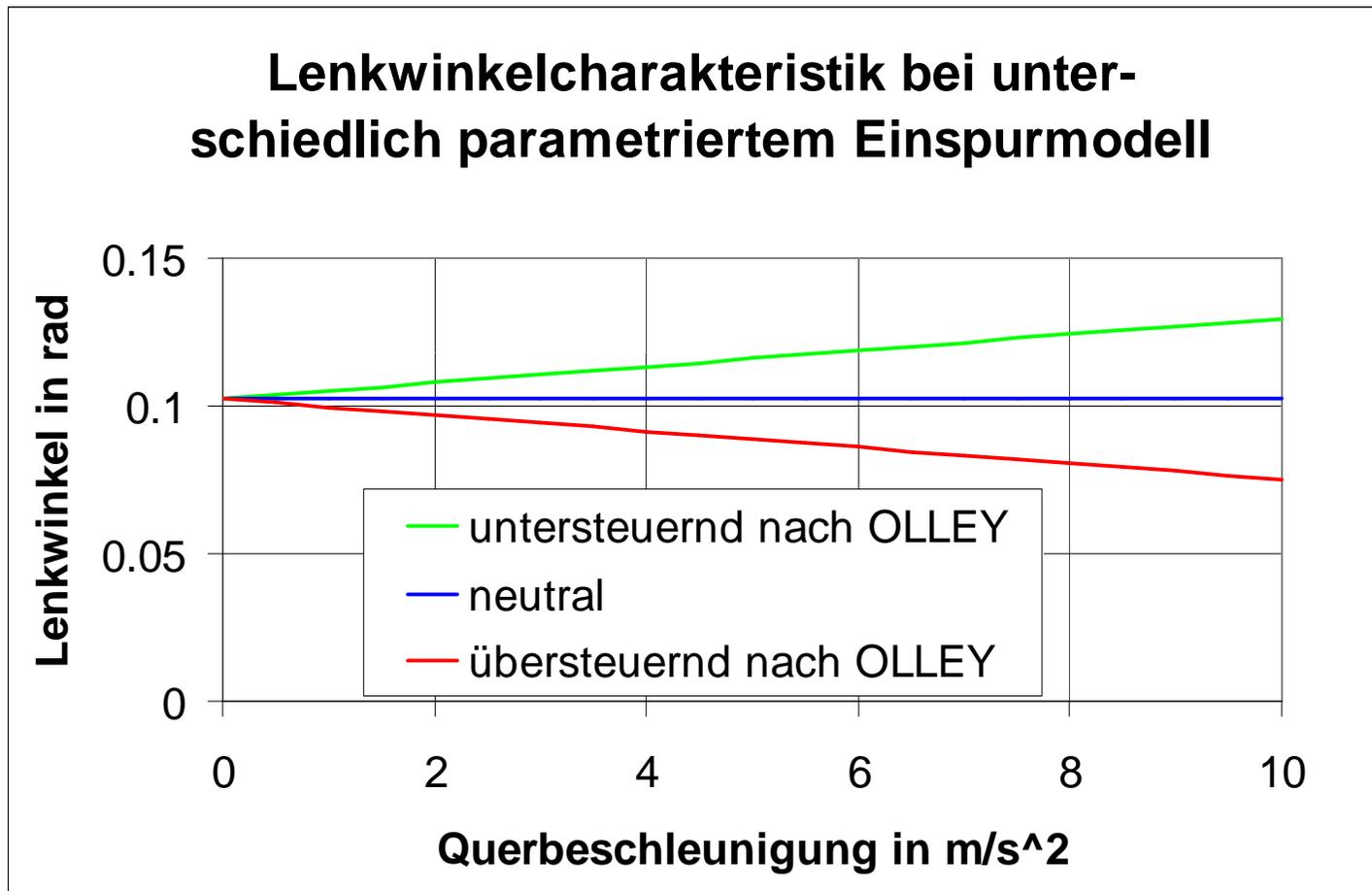
$$\beta = \frac{m \cdot a_q \cdot l_v}{c_{Sh} \cdot l} - \frac{l_h \cdot \dot{\psi}}{v_s}$$

Gleichsetzen und mit  $\dot{\psi} = \frac{v_s}{R}$  ergibt:

$$\delta = \frac{l}{R} + \frac{m}{l} \cdot \left( \frac{l_h}{c_{Sv}} - \frac{l_v}{c_{Sh}} \right) \cdot a_q$$

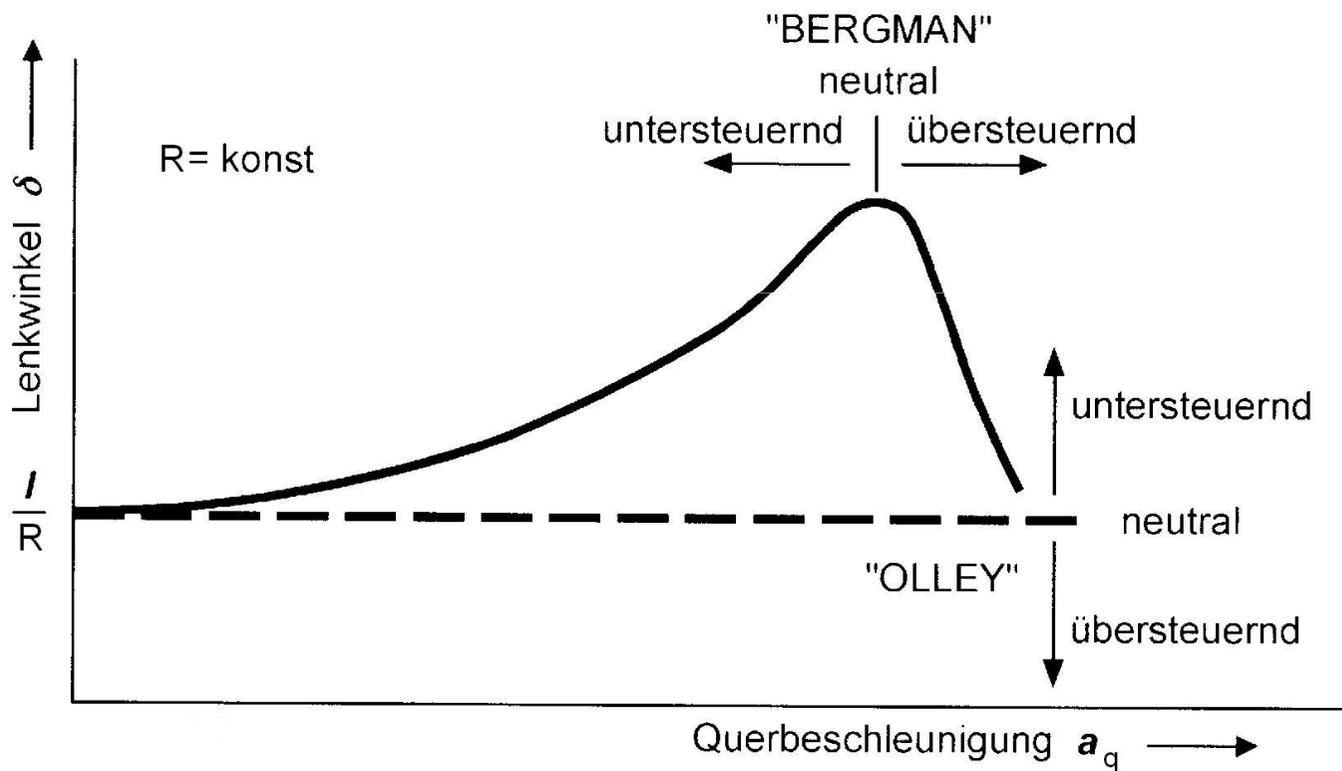


# Lenkwinkelcharakteristik



# Unterschiedliche Definitionen des Lenkverhaltens

---



Quelle: ika

# Definitionen des Lenkverhaltens

---

Definition des Lenkverhaltens nach „OLLEY“:

$\alpha_v > \alpha_h \Rightarrow$  untersteuern

$\alpha_v = \alpha_h \Rightarrow$  neutral

$\alpha_v < \alpha_h \Rightarrow$  übersteuern

Definition des Lenkverhaltens nach „BERGMANN“:

$\frac{d\delta}{da_q} > 0 \Rightarrow$  untersteuern

$\frac{d\delta}{da_q} = 0 \Rightarrow$  neutral

$\frac{d\delta}{da_q} < 0 \Rightarrow$  übersteuern

# Übungsaufgabe

---

Gegeben ist ein Fahrzeug mit folgende Daten:

Fahrzeugmasse	$m_F$	=	1200 kg
Schwerpunktstand vorne	$l_v$	=	1,25 m
Schwerpunktstand hinten	$l_h$	=	1,35 m

Das Fahrzeug soll ein neutrales Lenkverhalten nach „Bergmann“ ( $\frac{d\delta}{da_q} = 0$ )

aufweisen. Berechnen Sie das Verhältnis der erforderlichen

Schräglaufsteifigkeiten an Vorder- und Hinterachse mit Hilfe des linearisierten Einspurmodells.

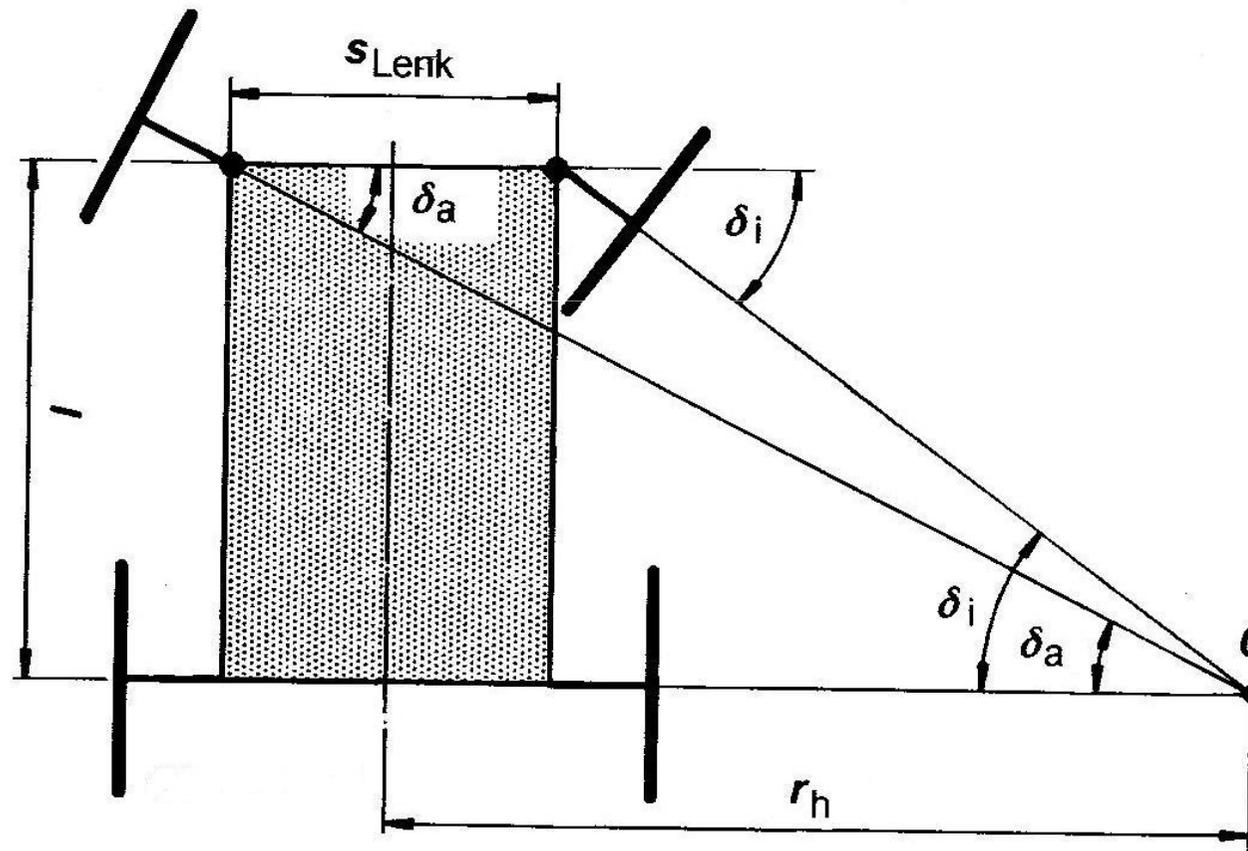
## 3.2 Lenkungen

---

- Geometrische Bedingungen bei Kurvenfahrt
- Kennwerte für die Lage der Lenkachse
- Lenkgetriebe
- Lenkunterstützung
- Lenkungsbauteile

# Geometrische Bedingungen für Schräglauffreies Abrollen

---



# Zusammenhang zwischen innerem und äußerem Lenkwinkel

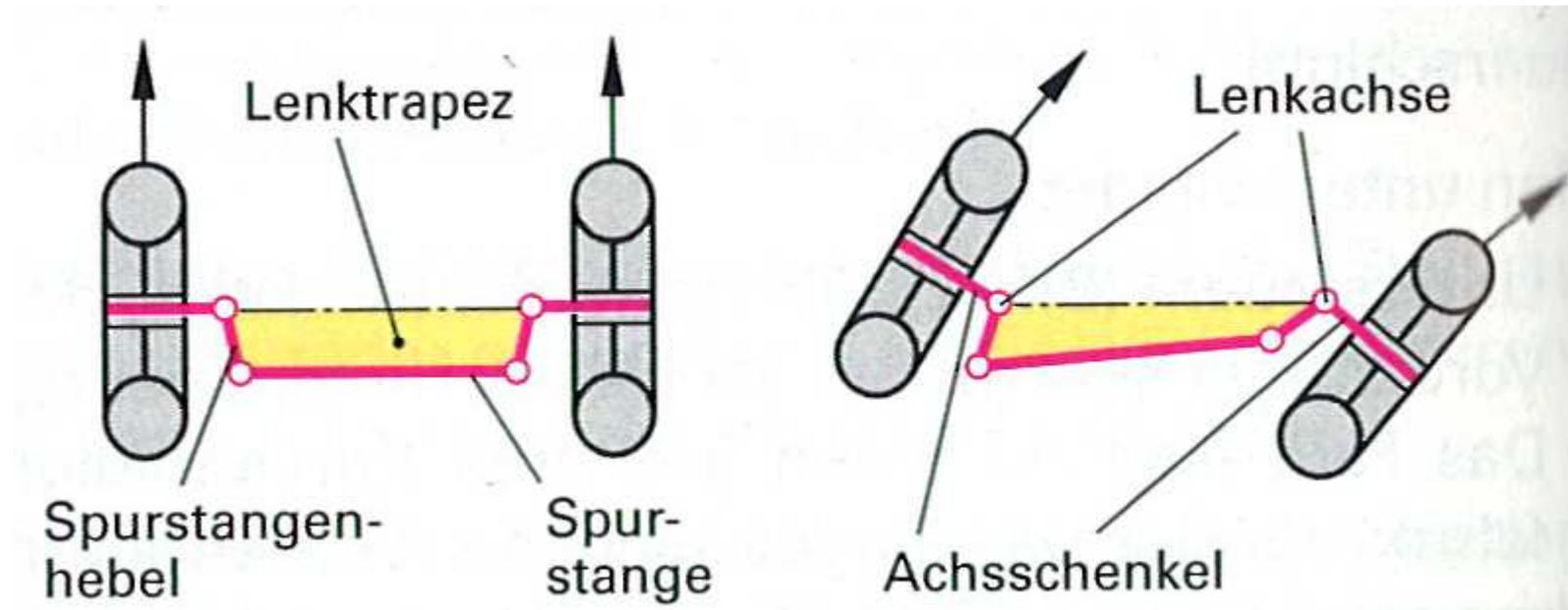
---

Für schräglauffreies Abrollen gilt:

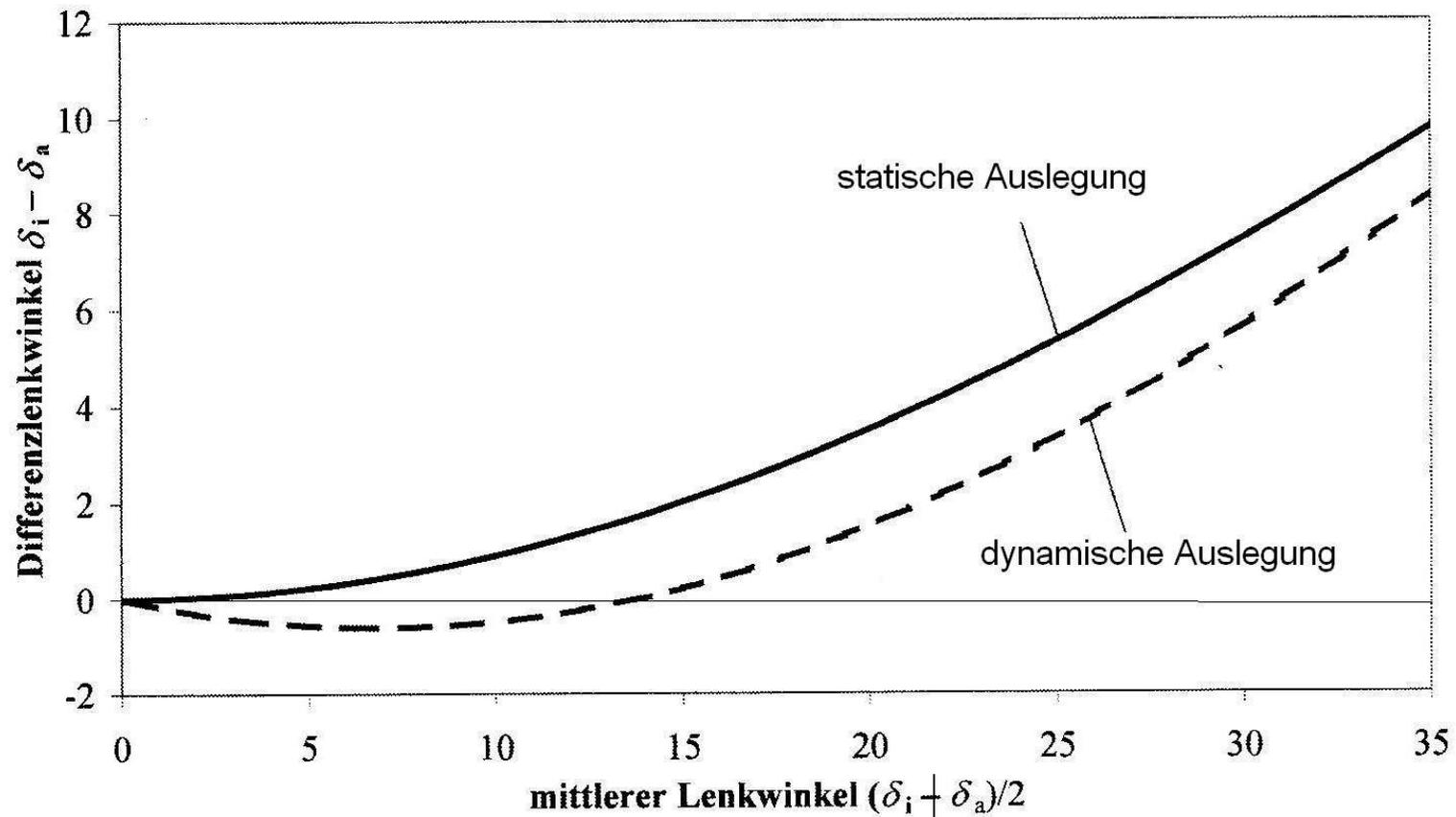
$$\delta_i = \arctan \left( \frac{l}{\frac{l}{\tan(\delta_a)} - s_{\text{Lenk}}} \right)$$

# Lenktrapez

---

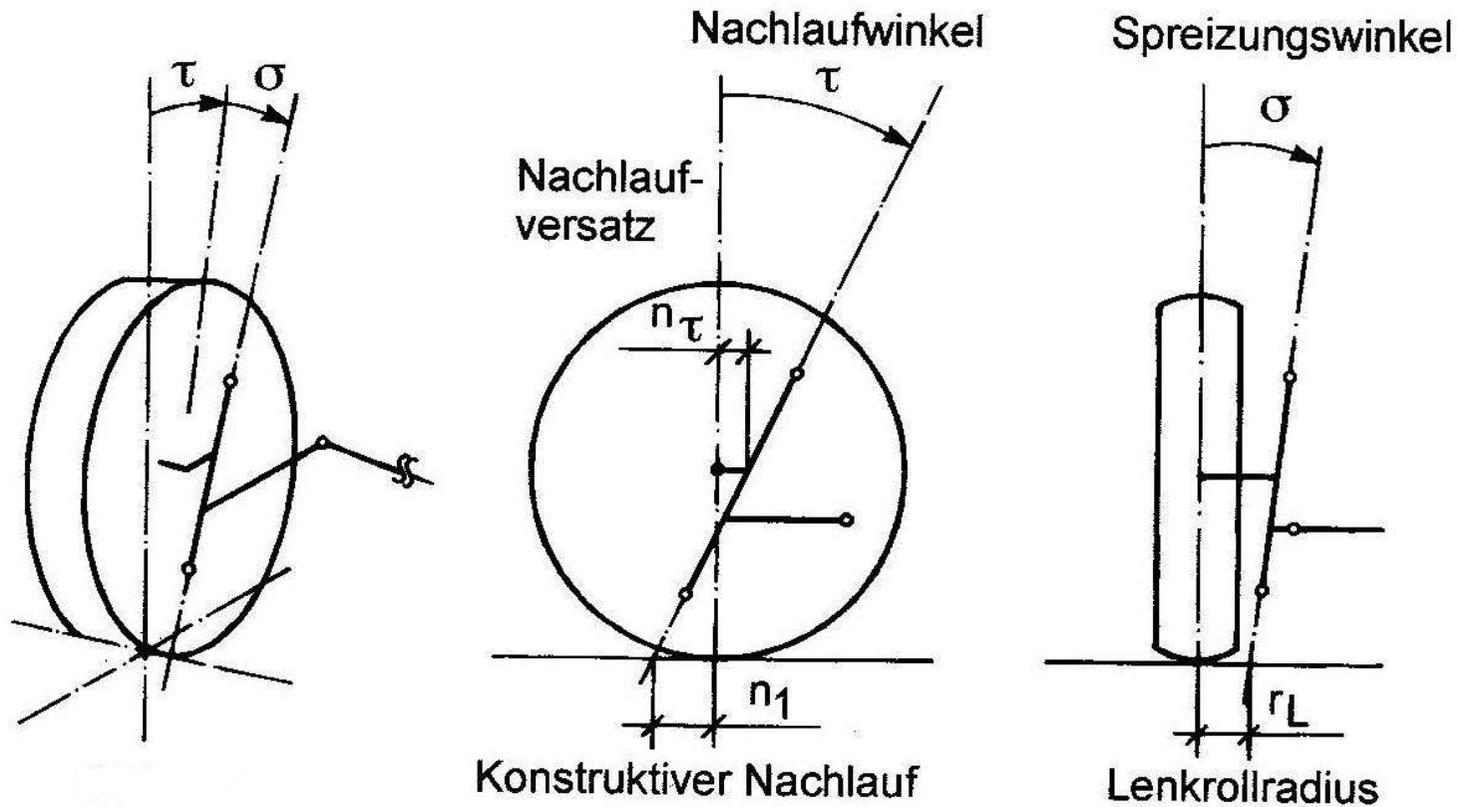


# Beispiel für die Auslegung des Spurdifferenzwinkels



# Kennwerte für die Lage der Lenkachse

---



Quelle: ika

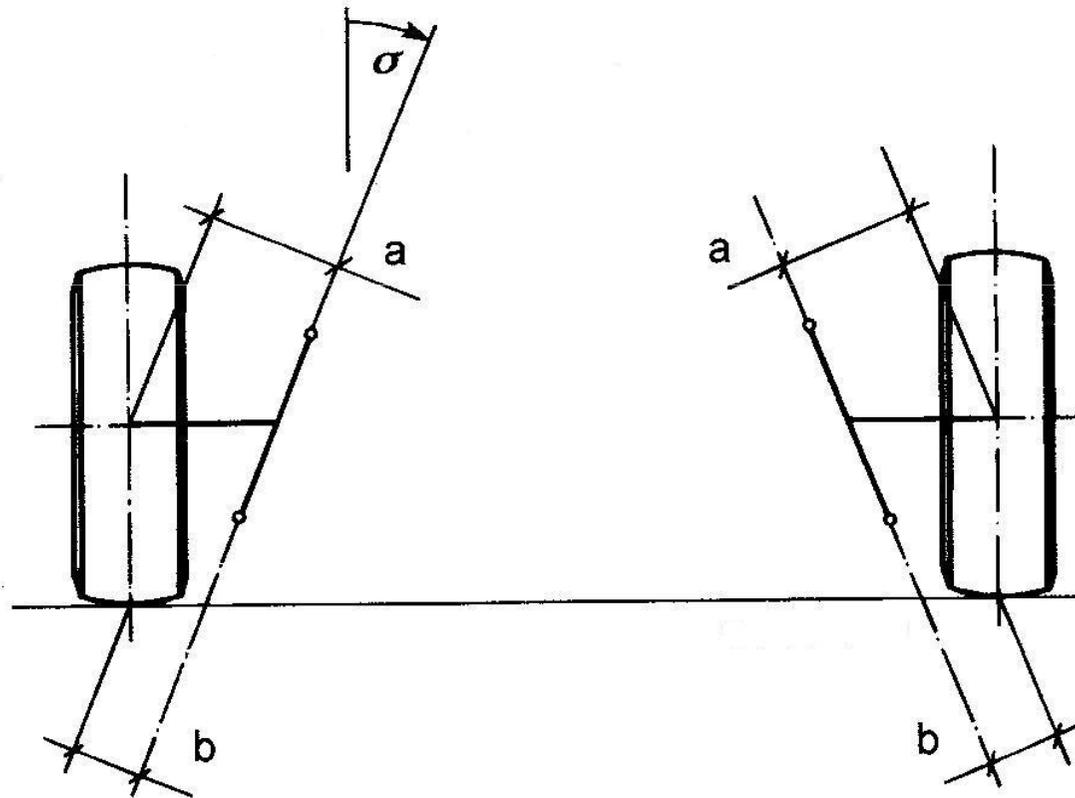
# Übungsaufgabe

---

Bei Kurvenfahrt tritt an einem Vorderrad eine Seitenkraft von 1240 N auf. Der Nachlaufwinkel beträgt  $8,3^\circ$ , und der Nachlaufversatz hat einen Wert von 15 mm. Der dynamische Rollradius beträgt 315 mm. Wie groß ist das Rückstellmoment?

# Störkraftthebelarme

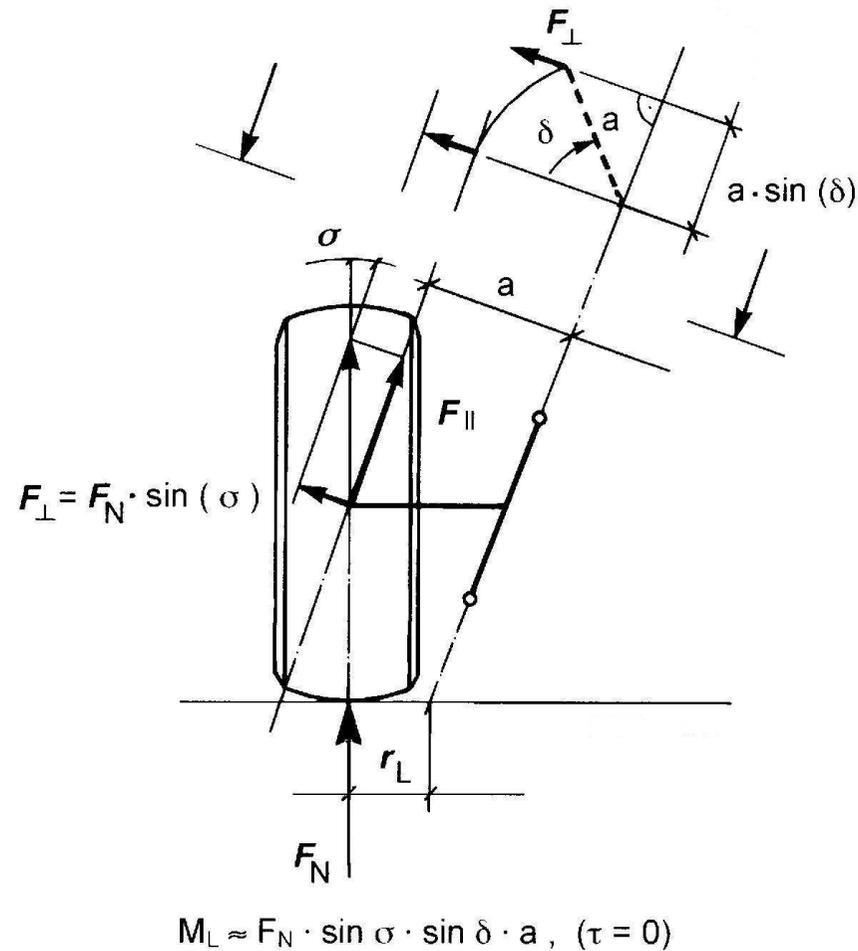
---



Quelle: ika

# Gewichtsrückstellung infolge des Spreizungswinkels

---



# Zusammenhang zwischen Störkrafthebelarm $b$ und Lenkrollradius

---

$$b = r_L \cdot \cos(\sigma)$$

# Übungsaufgabe

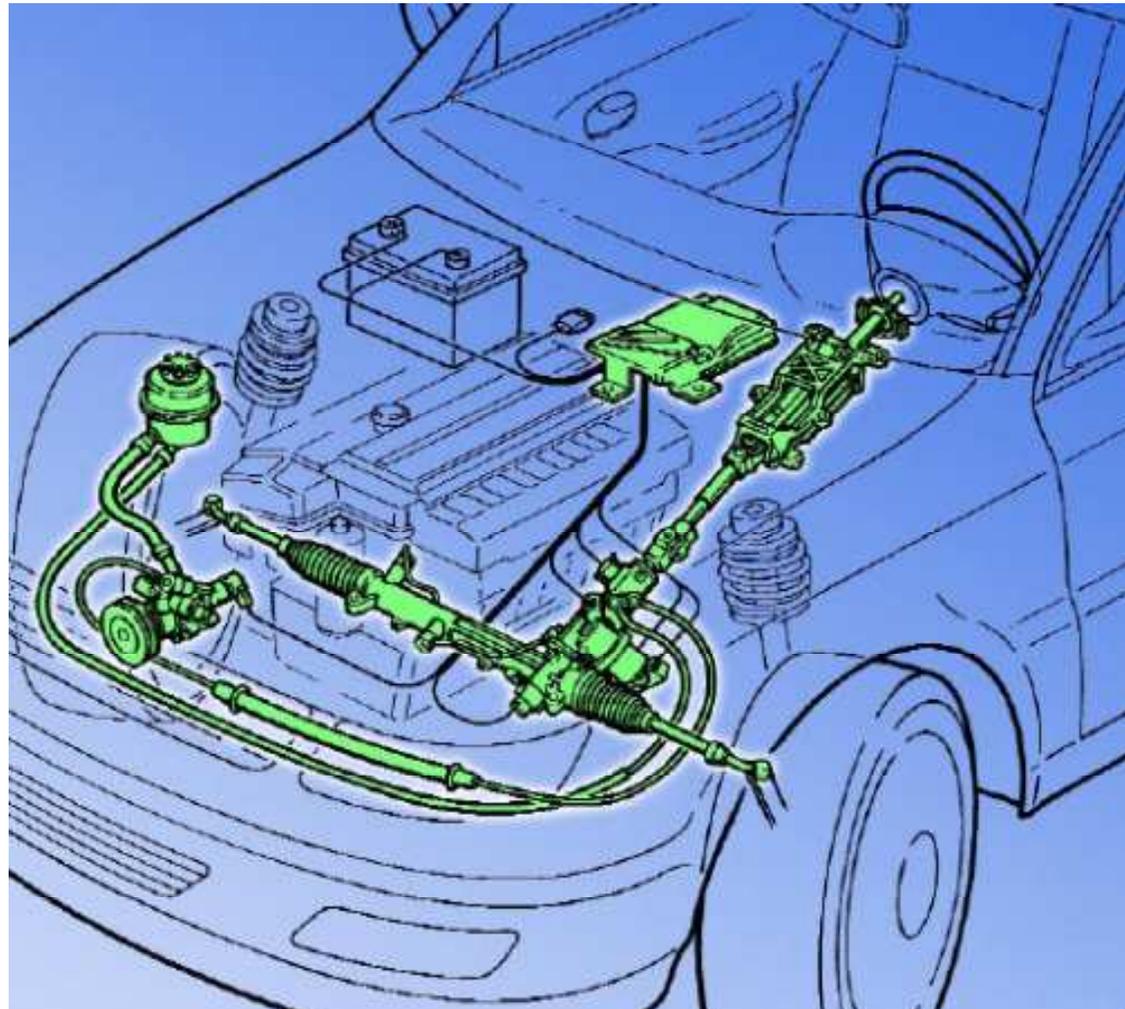
---

Ein Fahrzeug verzögert auf einer  $\mu$ -Split Fahrbahn ( $\mu_{\text{rechts}}=0$ ,  $\mu_{\text{links}}=1$ ). Die Bremskraftaufteilung zwischen Vorder- und Hinterachse beträgt 70:30 und das Fahrzeug verzögert mit 0,3 g. Welches Lenkmoment entsteht durch den Bremsvorgang?

Fahrzeugmasse	$m_F$	=	1200 kg
Lenkrollradius	$r_L$	=	5 mm
Spreizungswinkel	$\sigma$	=	14,2°

# Lenkgetriebe

---



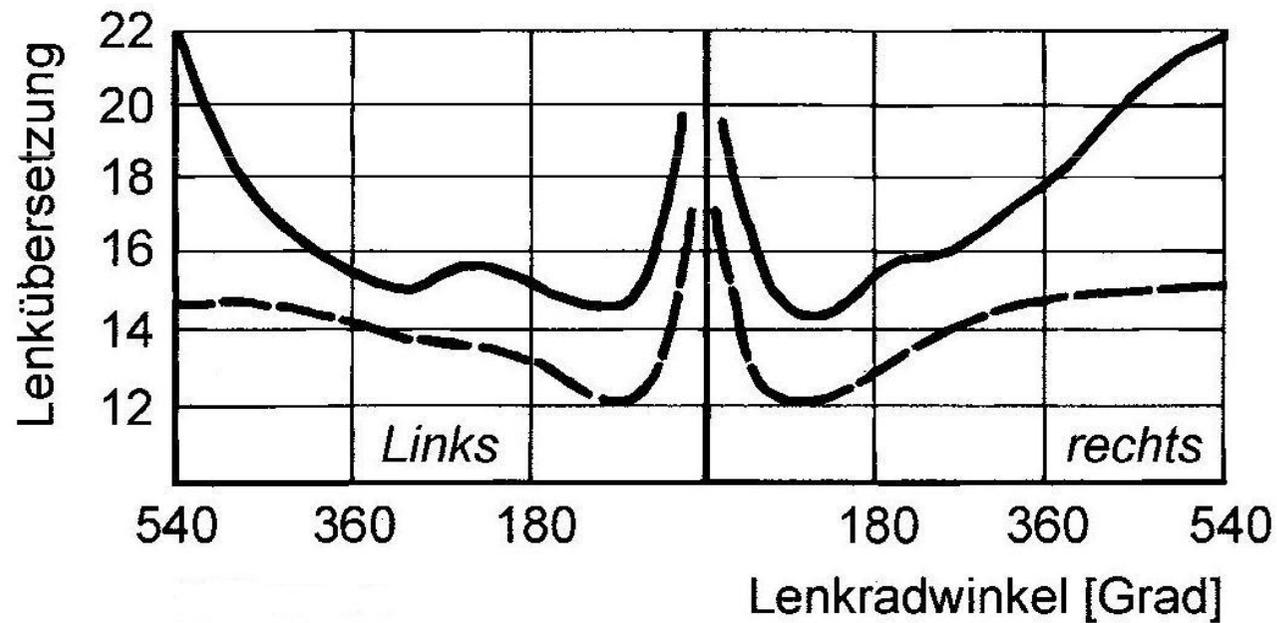
Quelle: ZF

# Lenkübersetzung unter Last

Geometrische Lenkübersetzung:

— Standard- Pkw  $i = 17$

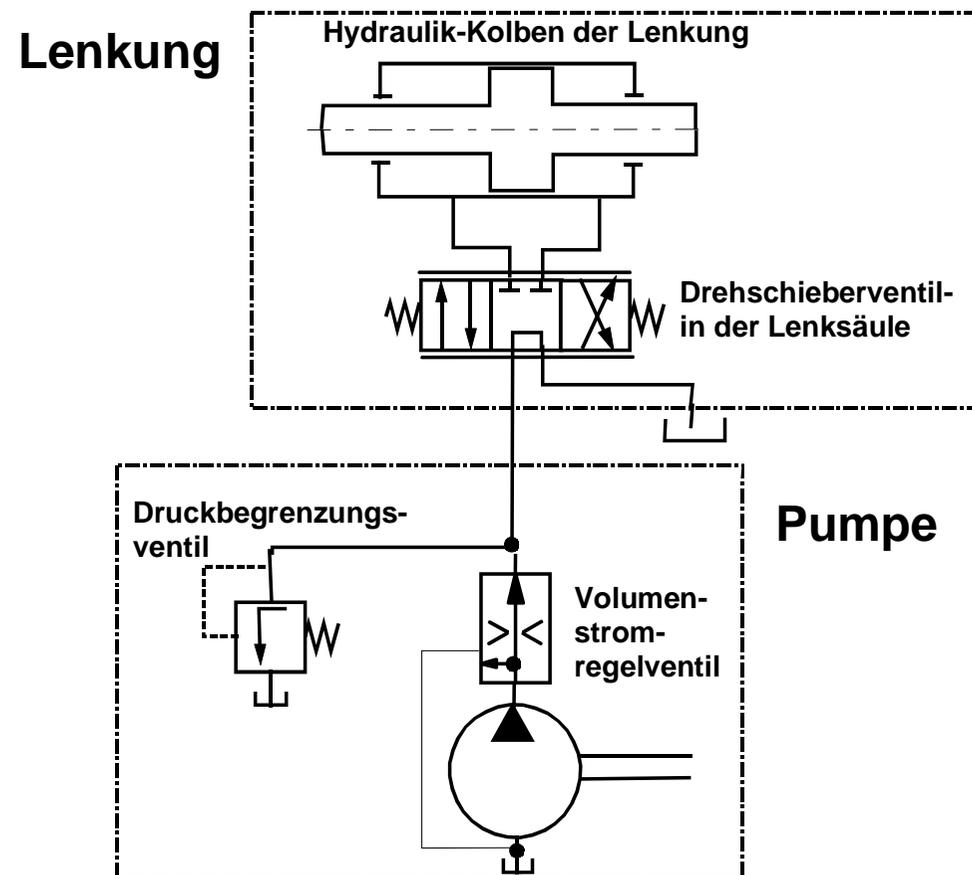
- - - Servolenkung  $i = 14 \div 13$



Quelle: ika

# Hydraulikplan einer Servolenkung

---



# Zahnstangenlenkung

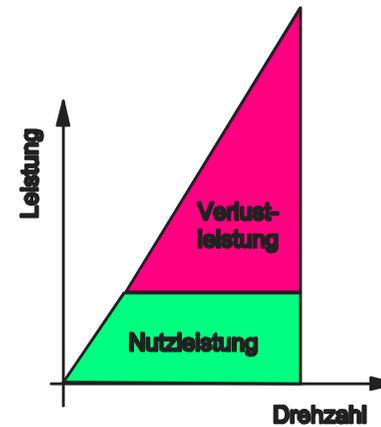
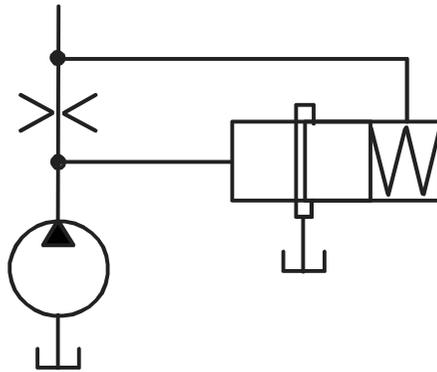
---



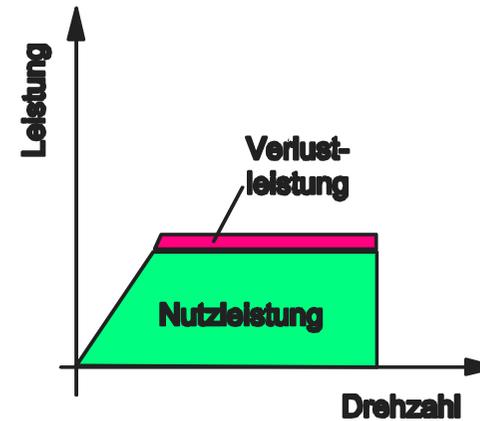
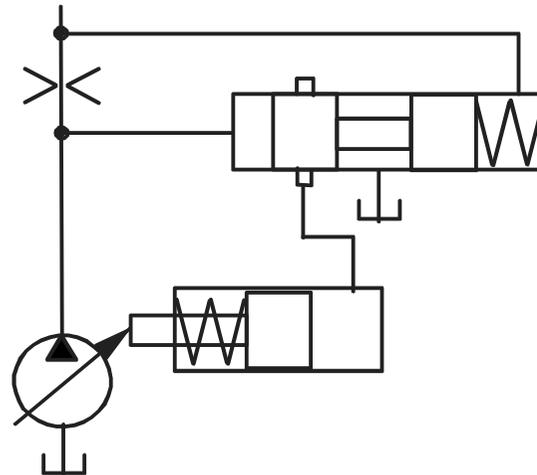
Quelle: ZF

# Volumenstromregelung Lenkungspumpe

**Konstant-  
pumpe**

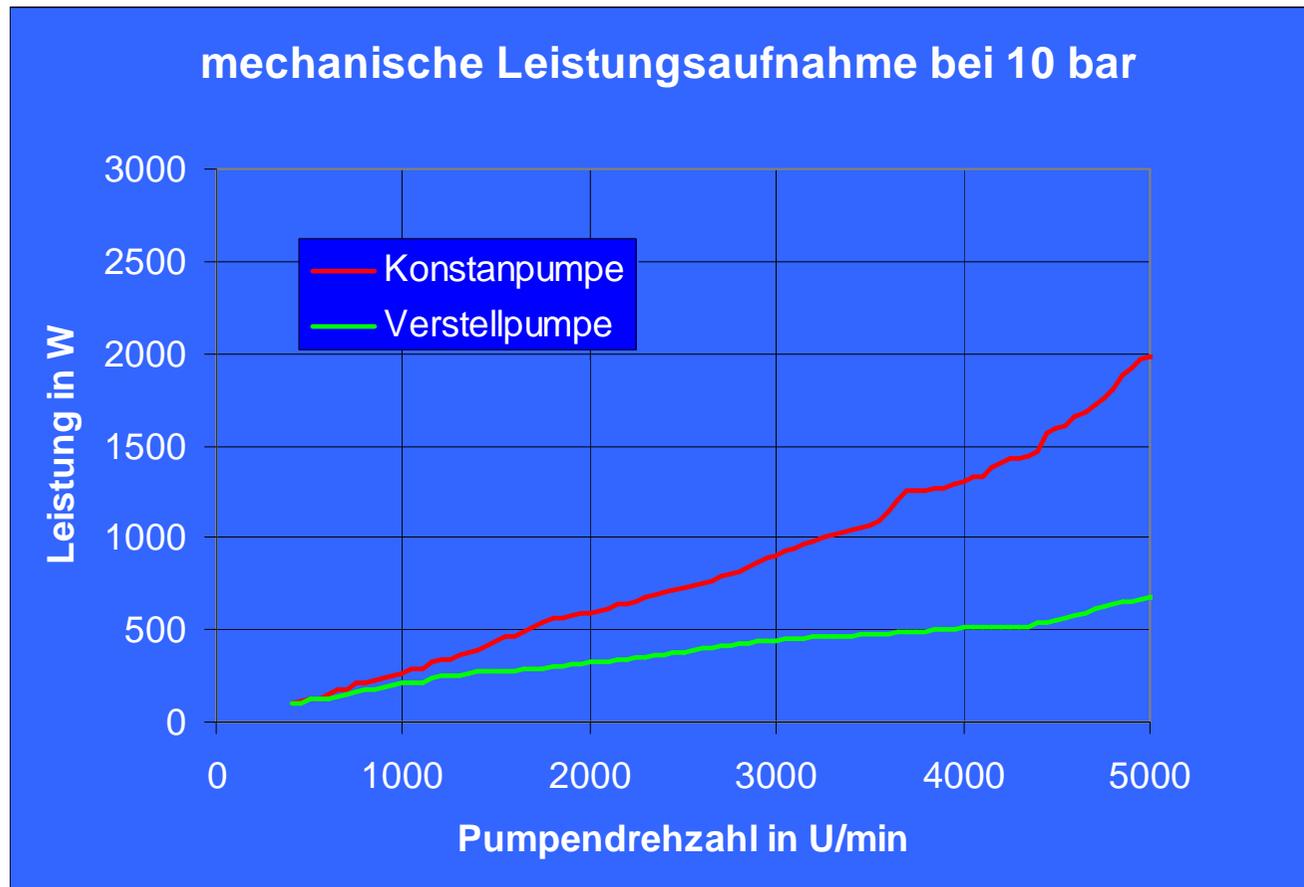


**Verstell-  
pumpe**



# Messergebnisse zur Leistungsaufnahme

---



# Drehschieberventil

---



Quelle: ZF

# Aktive Lenkung mit variabler Übersetzung

---



Quelle: ZF

# Elektrohydraulische Lenkunterstützung

---



Quelle: TRW

# Elektrische Lenkunterstützung

---



Quelle: TRW

# Aufbau einer elektrisch unterstützten Lenkung

---



Quelle: ATZ 10/2011

## 3.3 Radaufhängungen

---

- Anforderungen
- Bauformen
- Rollzentrum und Rollachse
- Brems- und Anfahrnickausgleich
- Elastokinematik
- Beispiele verschiedener Radaufhängungen

# Anforderungen der Radaufhängung

---

- Übertragung von Radlasten, Antriebs- und Bremskräften
- Lenkbarkeit des Fahrzeugs ermöglichen
- Fahrbahnunebenheiten ausgleichen
- Minimierung von Radlastschwankungen
- Kinematik der Aufhängung soll Fahrdynamik optimieren
- geringes Gewicht und geringer Bauraum
- Geräuschisolation

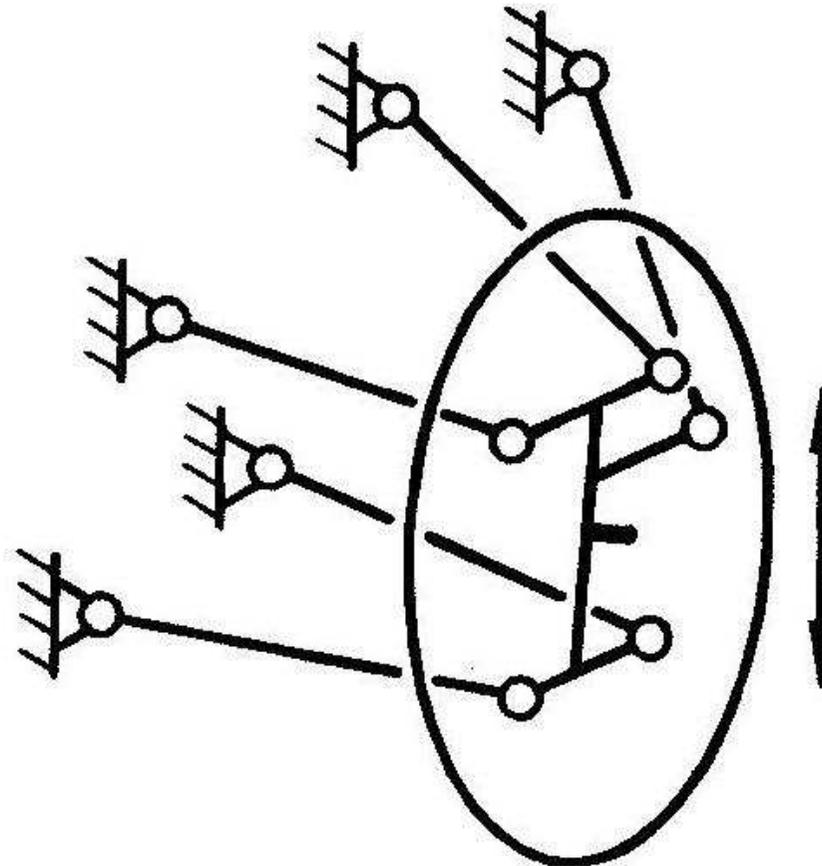
# Grundbauformen der Radaufhängungen

---

- Einzelradaufhängung
- Starrachsaufhängungen
- Verbundlenkerachsen

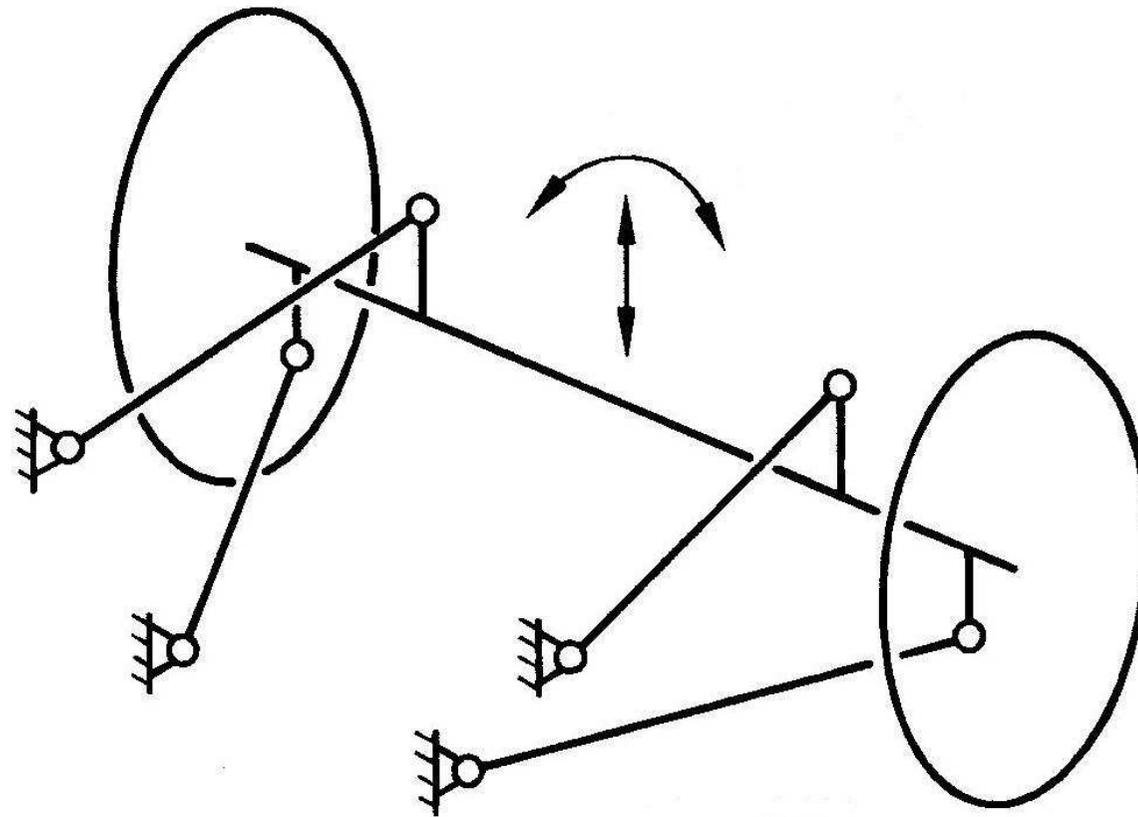
# Schema Einzelradaufhängung

---



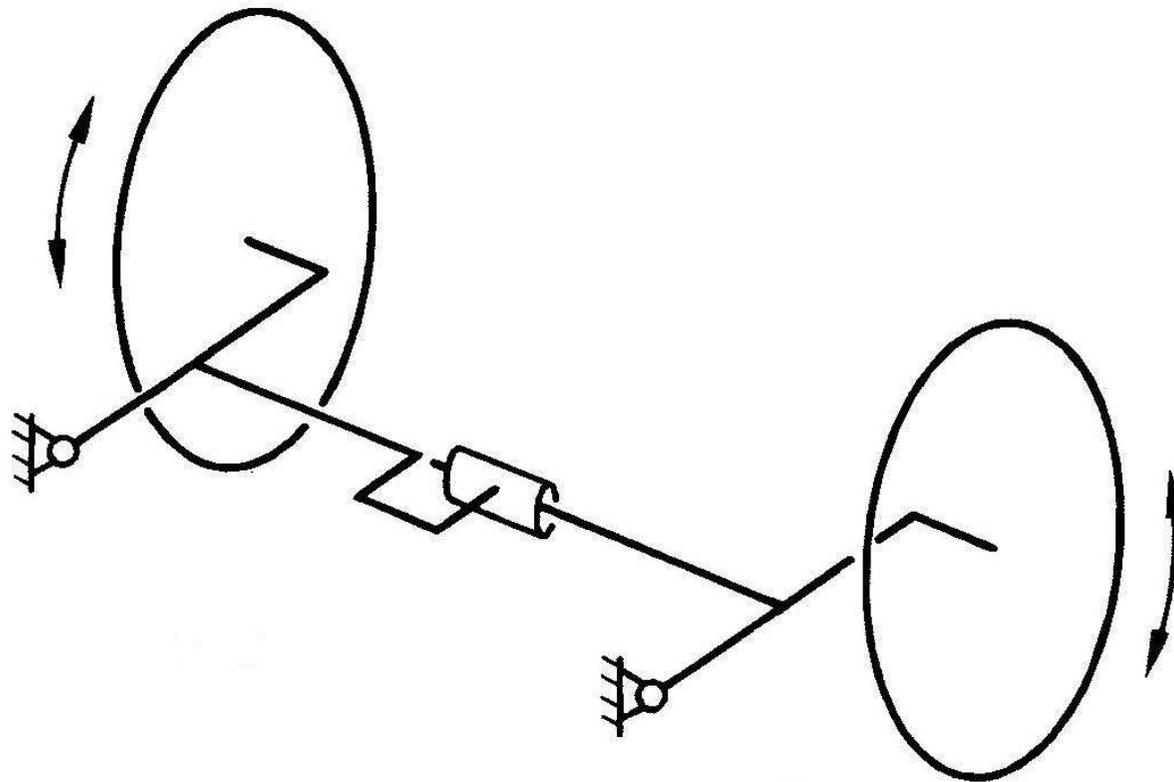
# Schema Starrachse

---



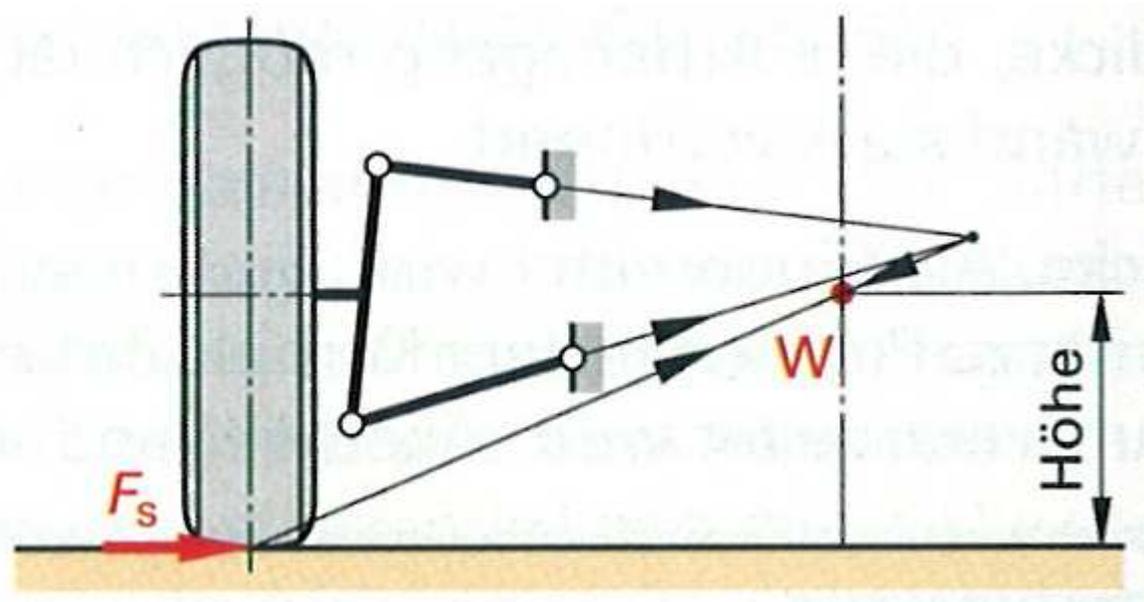
# Schema Verbundlenkerachse

---



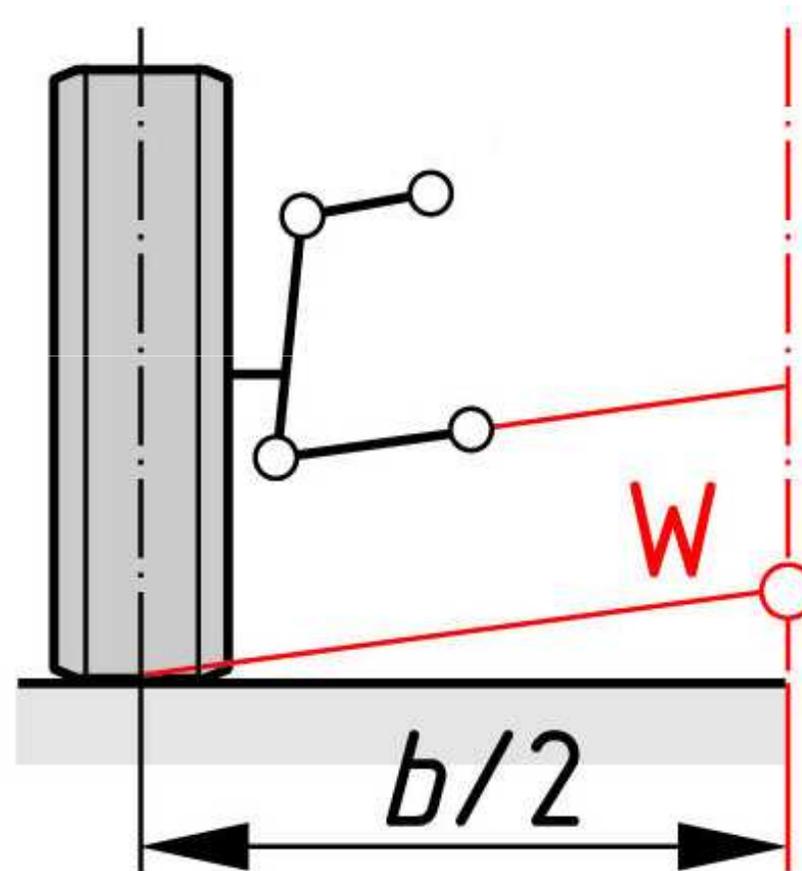
# Rollzentrum (Wankzentrum)

---



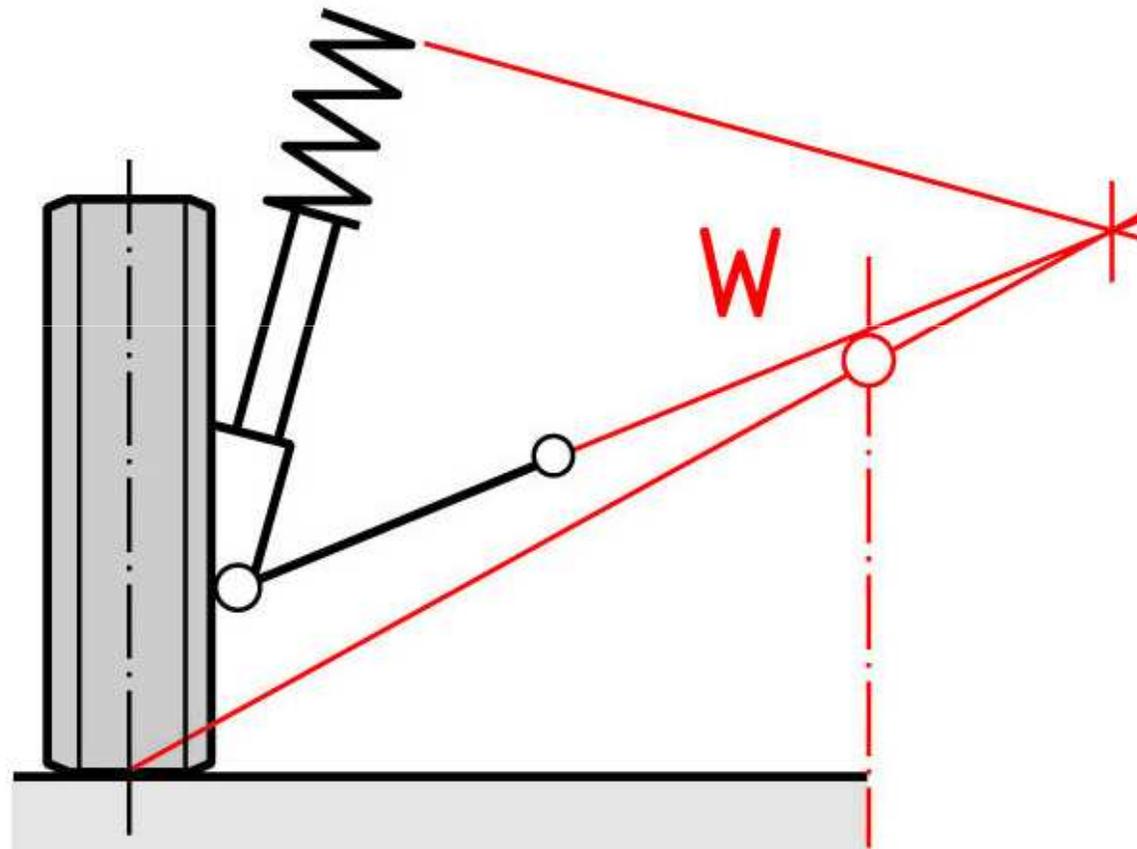
# Ermittlung des Rollzentrums bei parallelen Lenkern

---



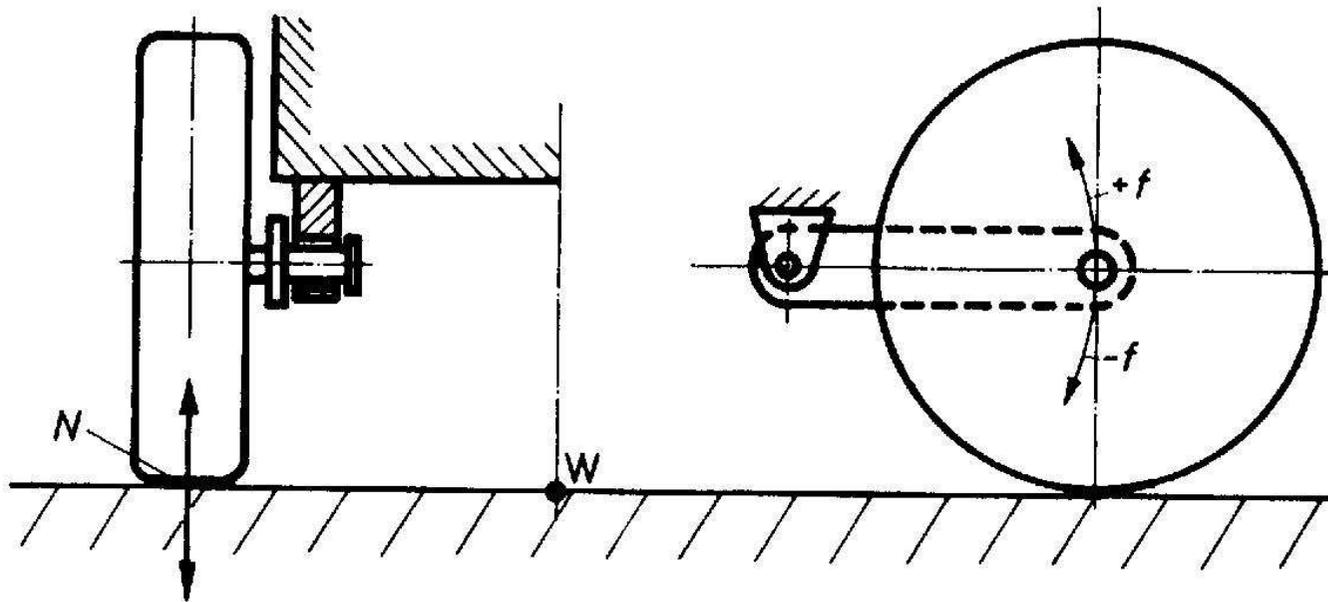
# Ermittlung des Rollzentrums bei einer McPherson Achse

---



# Ermittlung des Rollzentrums bei einer Längslenkerachse

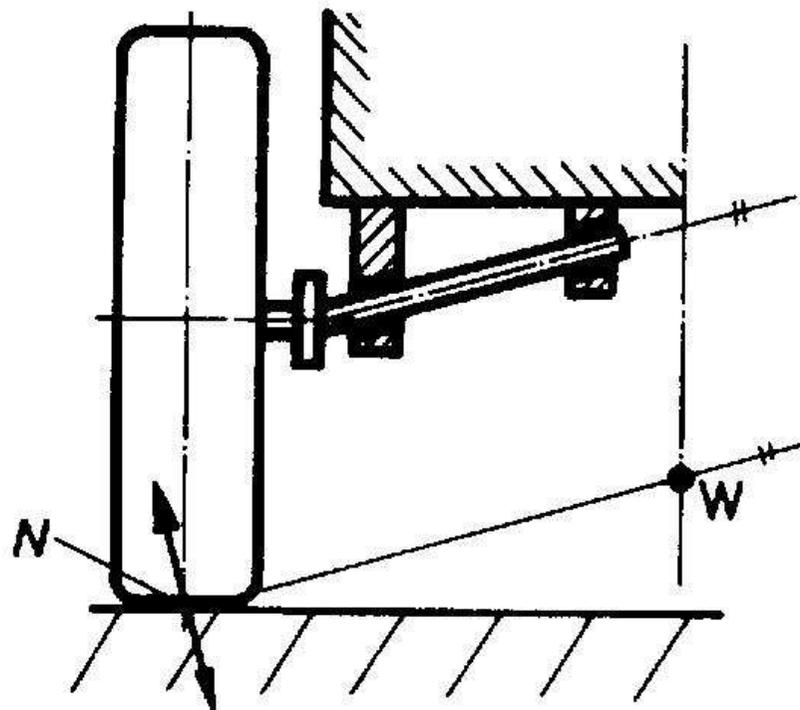
---



Quelle: Reimpell

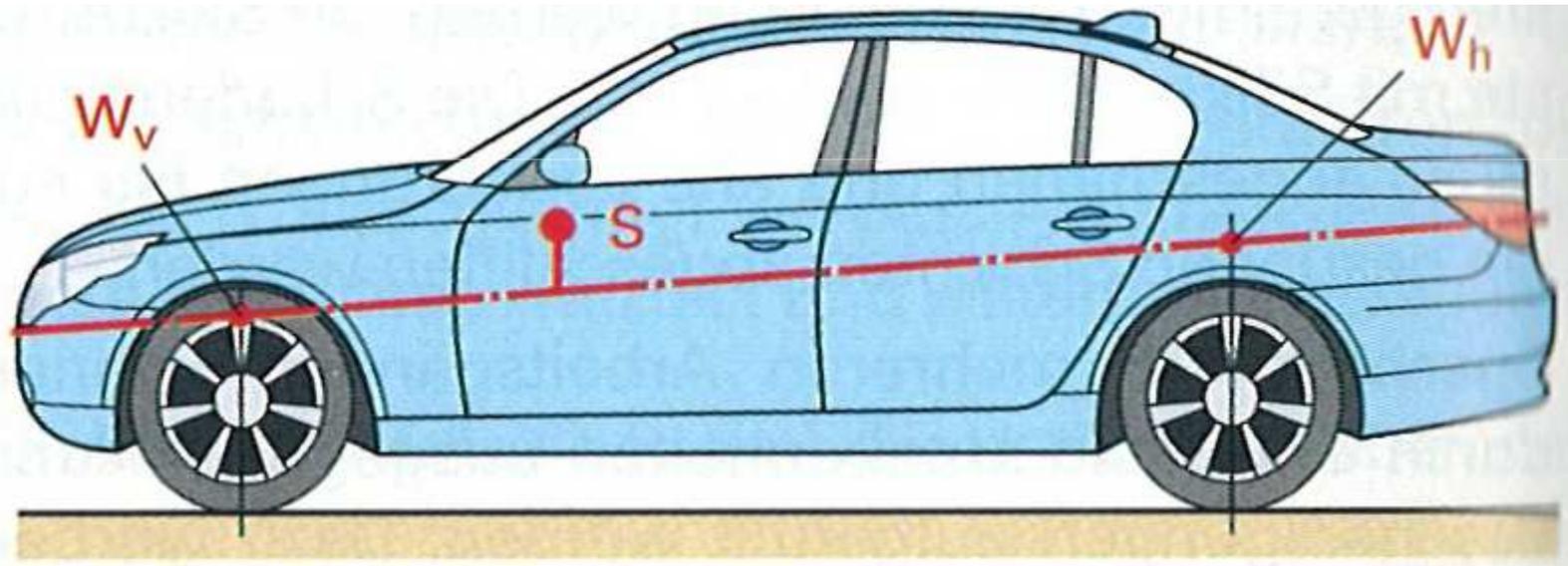
# Ermittlung des Rollzentrums bei einer Schräglenkerachse

---



# Rollachse

---



# Übungsaufgabe

---

Gegeben sind folgende Daten eines Transporters mit verwindungssteifem Aufbau und Starrachsen:

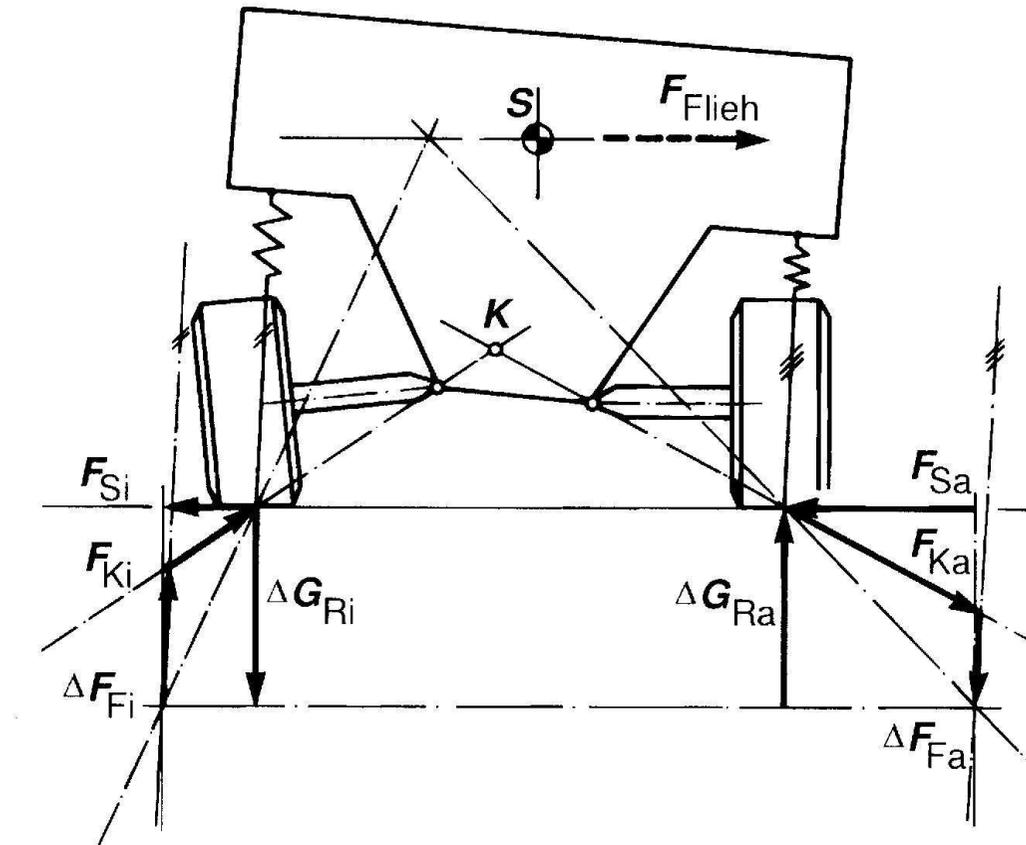
Fahrzeugmasse	$m_F$	=	3500 kg
Achsmasse vorne:	$m_{Rv}$	=	220 kg
Achsmasse hinten:	$m_{Rh}$	=	380 kg
Achslastverteilung vorne/hinten:	$2/3$		
Schwerpunkthöhe Aufbau:	$h_A$	=	0,9 m
Schwerpunkthöhe Gesamtfahrzeug:	$h$	=	0,8 m
Höhe des Rollzentrums vorne:	$w_v$	=	0,4 m
Höhe des Rollzentrums hinten:	$w_h$	=	0,4 m
Aufbaufedersteife vorne:	$C_{Av}$	=	34 N/mm
Aufbaufedersteife hinten:	$C_{Ah}$	=	66 N/mm
Federspurweite vorne:	$s_{Fv}$	=	1,4 m
Federspurweite hinten:	$s_{Fh}$	=	1,2 m
Spurweite vorne:	$s_v$	=	1,8 m
Spurweite hinten:	$s_h$	=	1,6 m

Bei einer stationären Kreisfahrt tritt eine Querschleunigung von  $4 \text{ m/s}^2$  auf. Wie groß ist der Rollwinkel und wie hoch sind die Radlasten an den einzelnen Rädern?

---

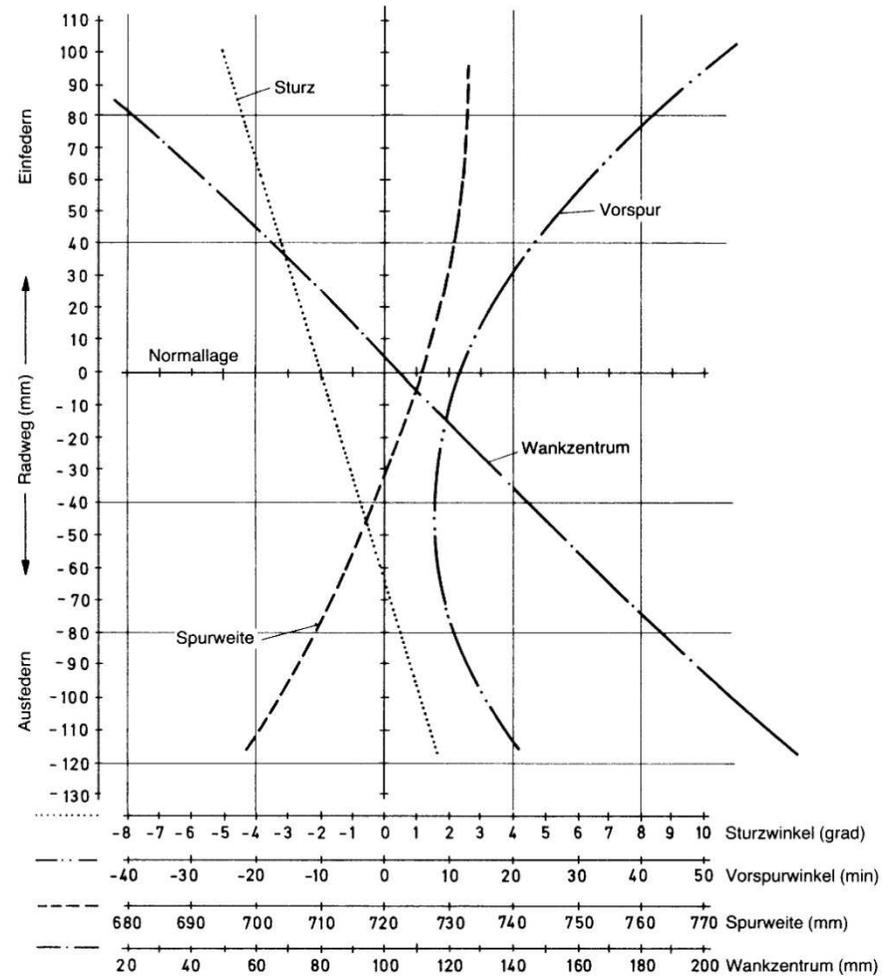
# Rollzentrumsänderung bei Kurvenfahrt am Beispiel einer Pendelachse

---



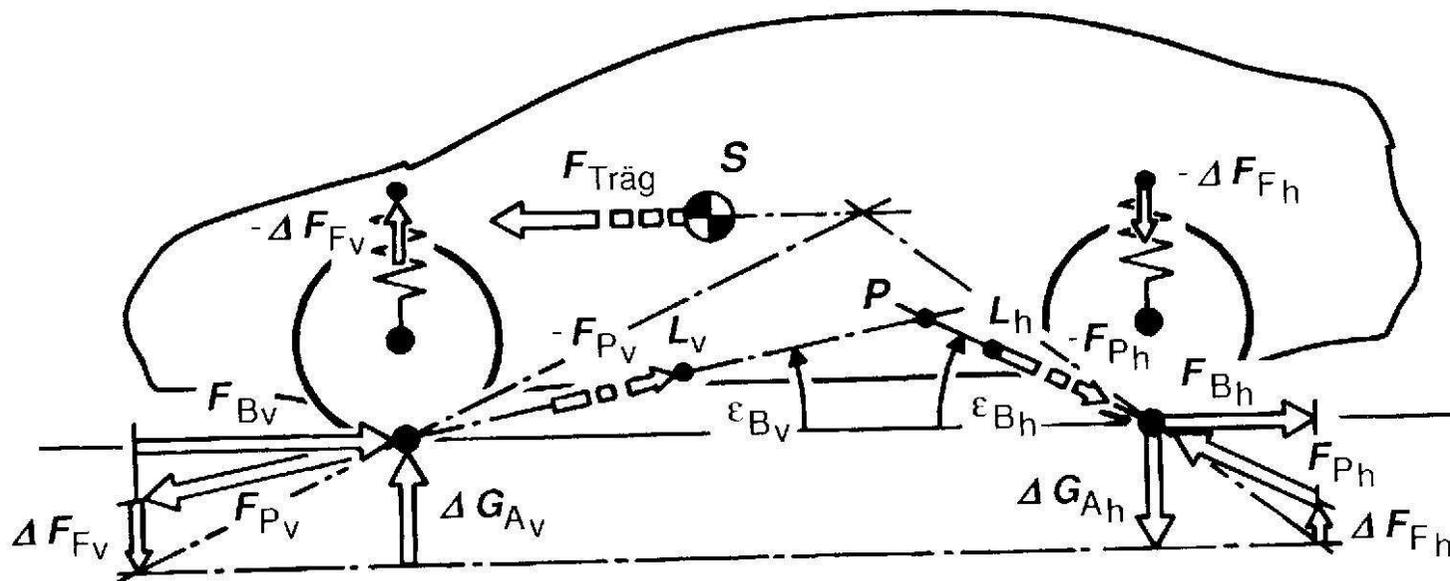
Quelle: ika

# Kinematik einer Schräglenkerachse (BMW 5er Reihe)



Quelle: Reimpell

# Bremsnicken



Quelle: ika

# Bremsstützwinkel für vollständigen Bremsnickausgleich

---

$$\tan(\varepsilon_{\text{opt,v}}) = \frac{h}{l} \cdot \left(1 + \frac{1}{F_{\text{Bv}} / F_{\text{Bh}}}\right)$$

$$\tan(\varepsilon_{\text{opt,h}}) = \frac{h}{l} \cdot (1 + F_{\text{Bv}} / F_{\text{Bh}})$$

$\varepsilon_{\text{opt,v}}$  = Bremsstützwinkel vorne für vollständigen Nickausgleich

$\varepsilon_{\text{opt,h}}$  = Bremsstützwinkel hinten für vollständigen Nickausgleich

$h$  = Schwerpunkthöhe

$l$  = Radstand

$F_{\text{Bv}} / F_{\text{Bh}}$  = Bremskraftverteilung

# Güte des Bremsnickausgleichs

---

$$\text{Bremsnickausgleich } X = \frac{\tan(\varepsilon_{\text{tats.}})}{\tan(\varepsilon_{\text{opt}})} \cdot 100\%$$

# Übungsaufgabe

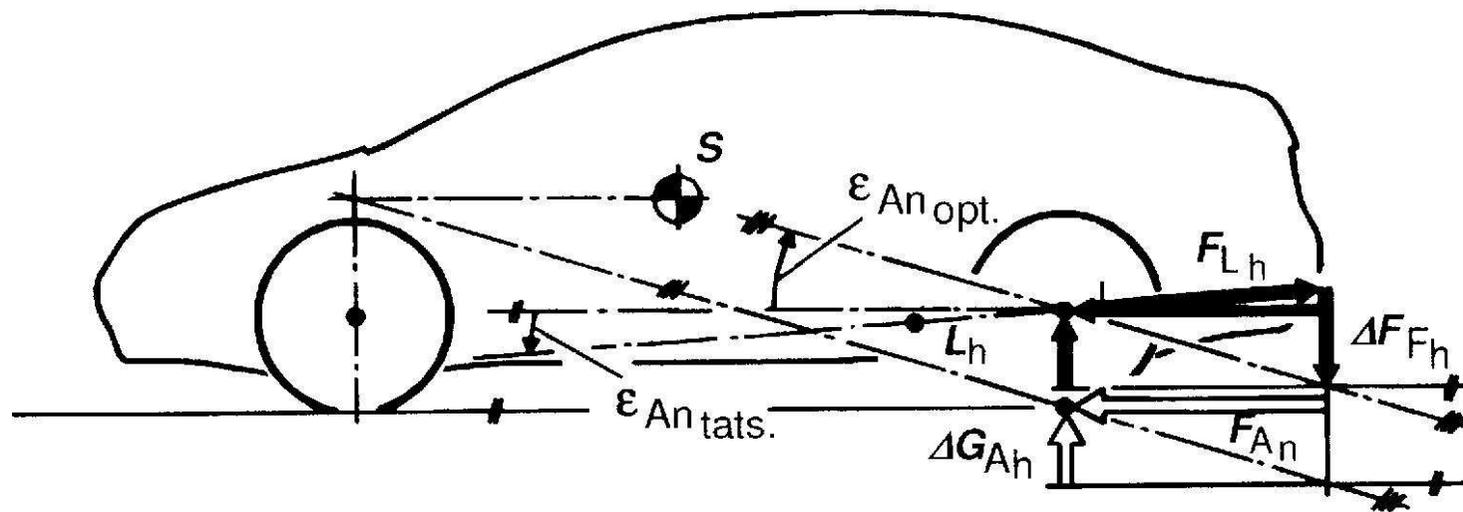
---

Bestimmen Sie die Güte des Bremsnickausgleichs an der Vorderachse für ein Fahrzeug mit folgenden Daten:

Schwerpunkthöhe	$h$	=	0,4 m
Radstand	$l$	=	2,60 m
Bremskraftaufteilung Vorder- zu Hinterachse			70:30
Stützwinkel an der Vorderachse	$\varepsilon_v$	=	10°

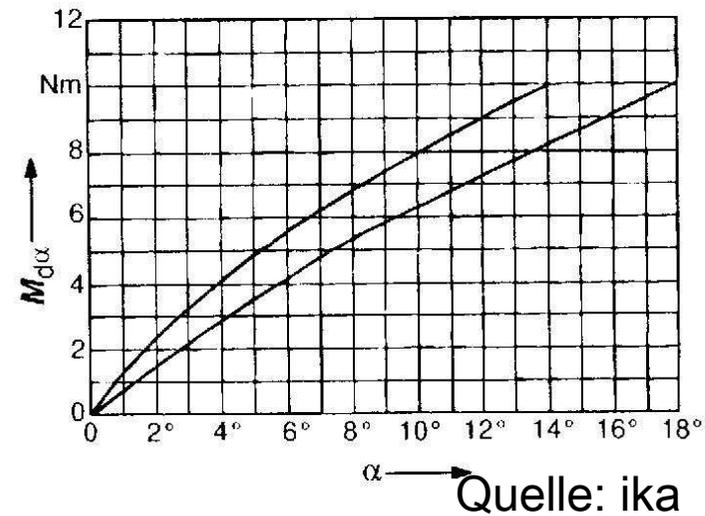
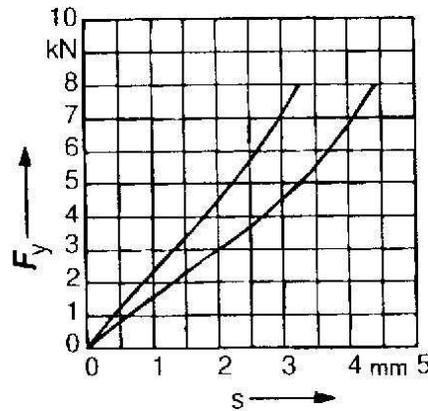
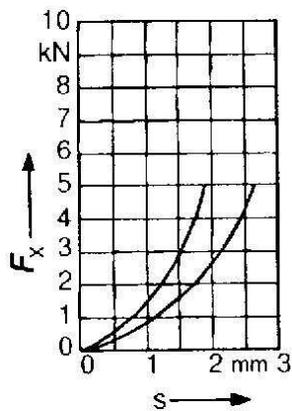
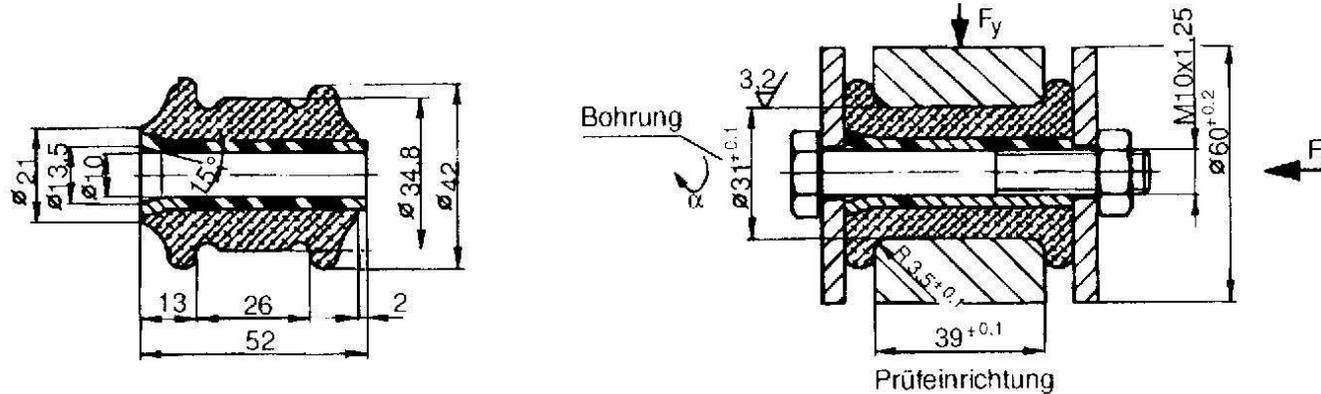
# Anfahrnicken

---



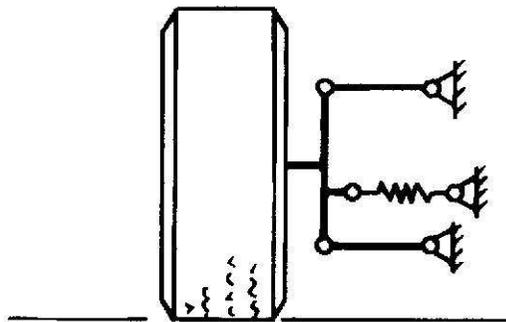
Quelle: ika

# Elastokinematik am Beispiel Querlenkerlager

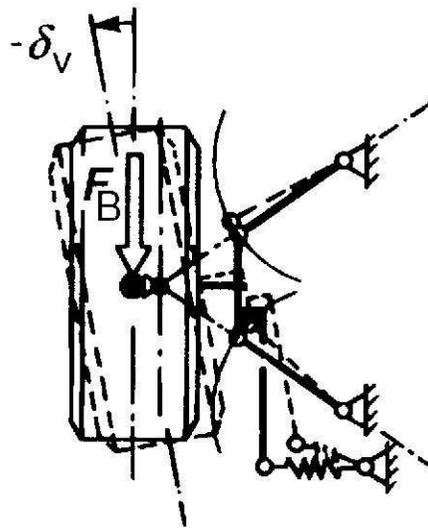


# Elastokinematik

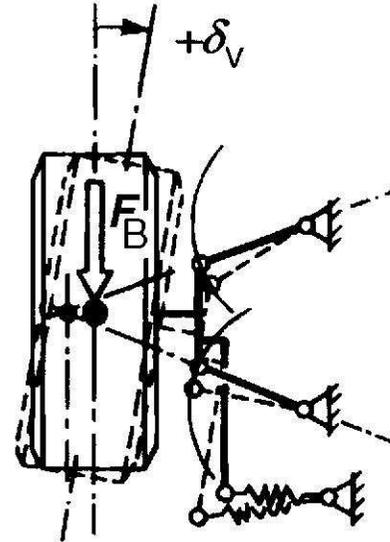
---



Ansicht von hinten

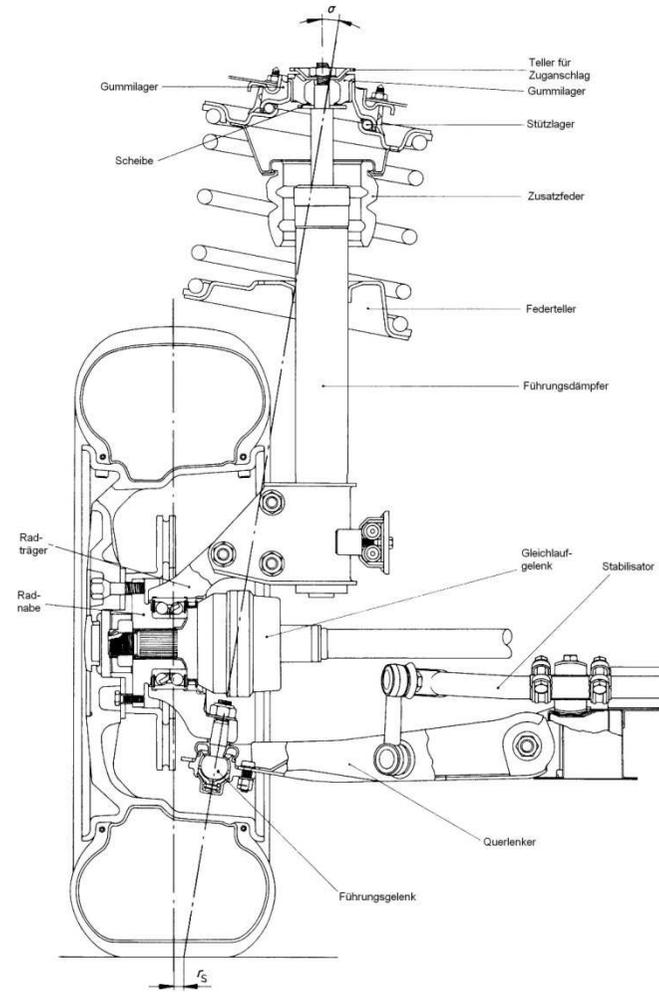


von oben



Quelle: ika

# Beispiel einer McPherson-Achse (Lancia)



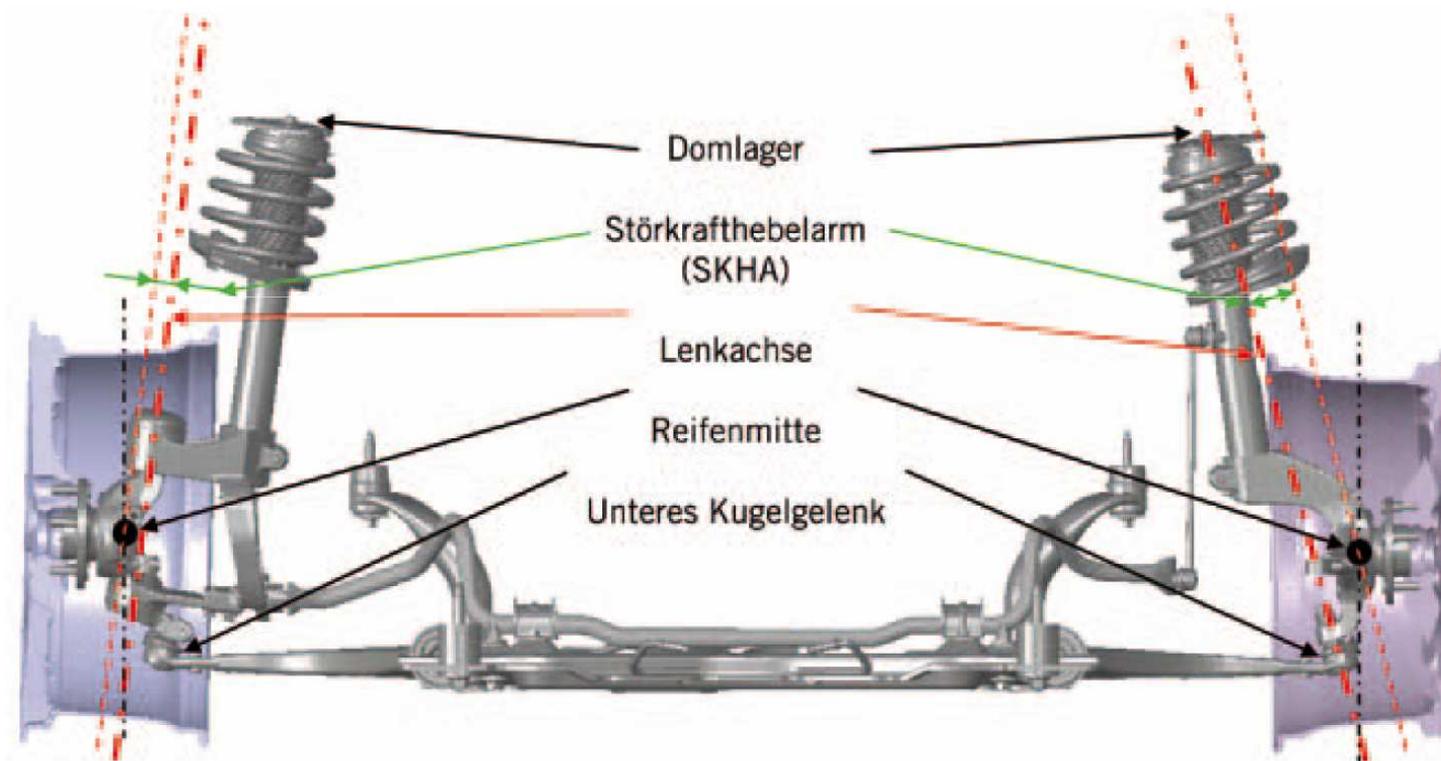
Quelle: Reimpell

# Vergleich von „Revo-Knuckle“ und „McPherson“ Radaufhängung

---

Revo-Knuckle

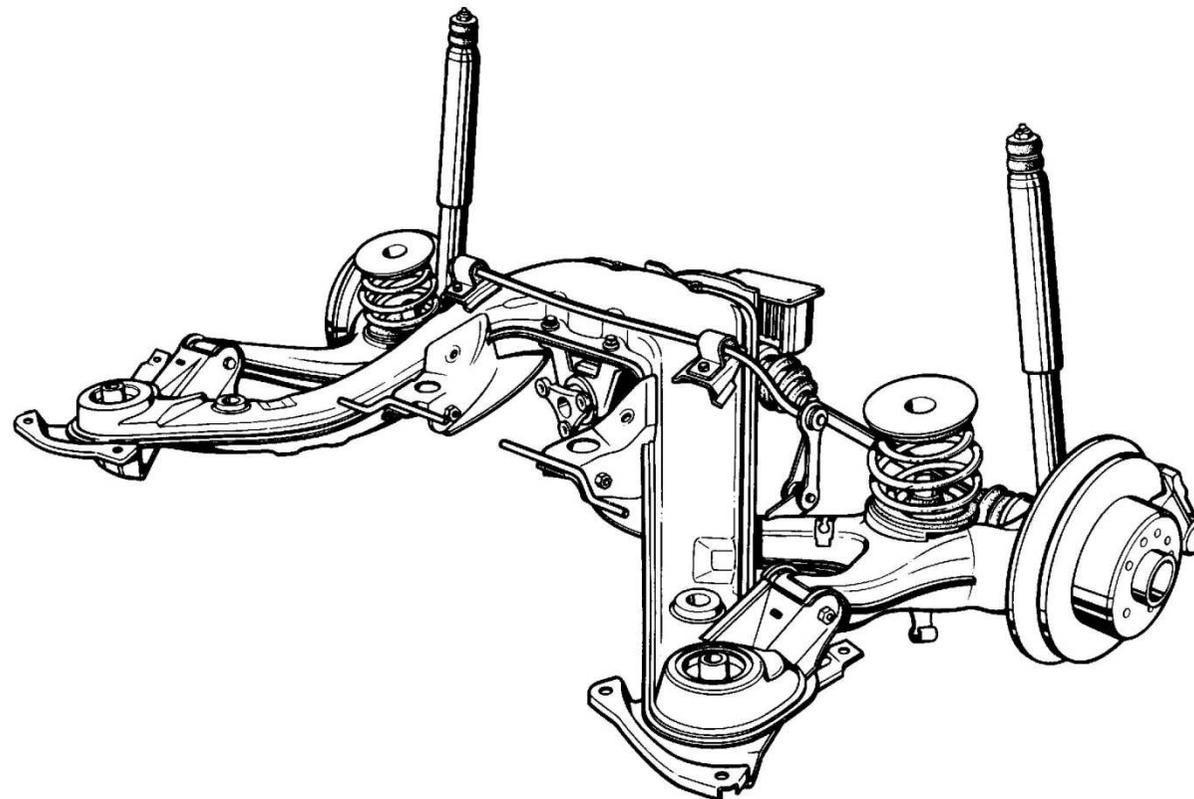
McPherson



Quelle: ATZ 10/2010 (Ford Focus RS500)

# Schräglagerhinterachse Opel Omega

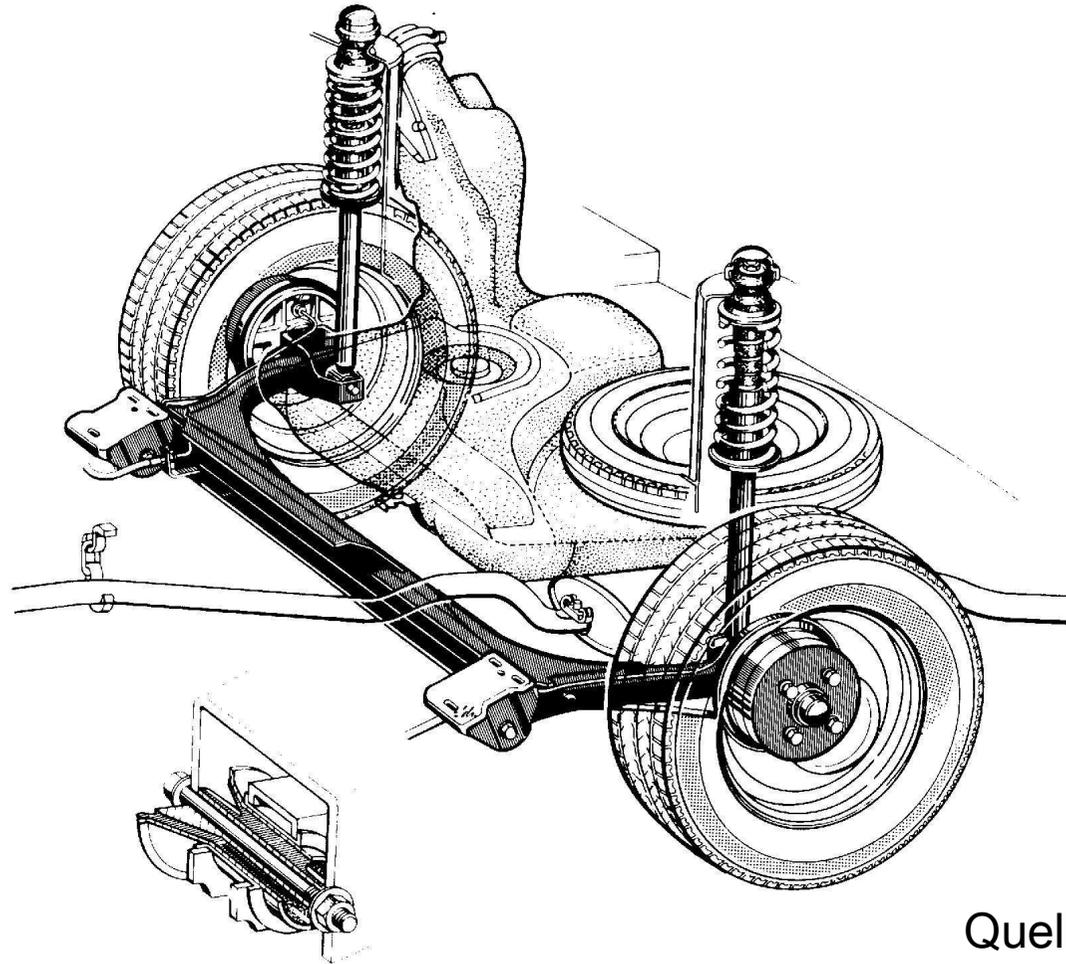
---



Quelle: Reimpell

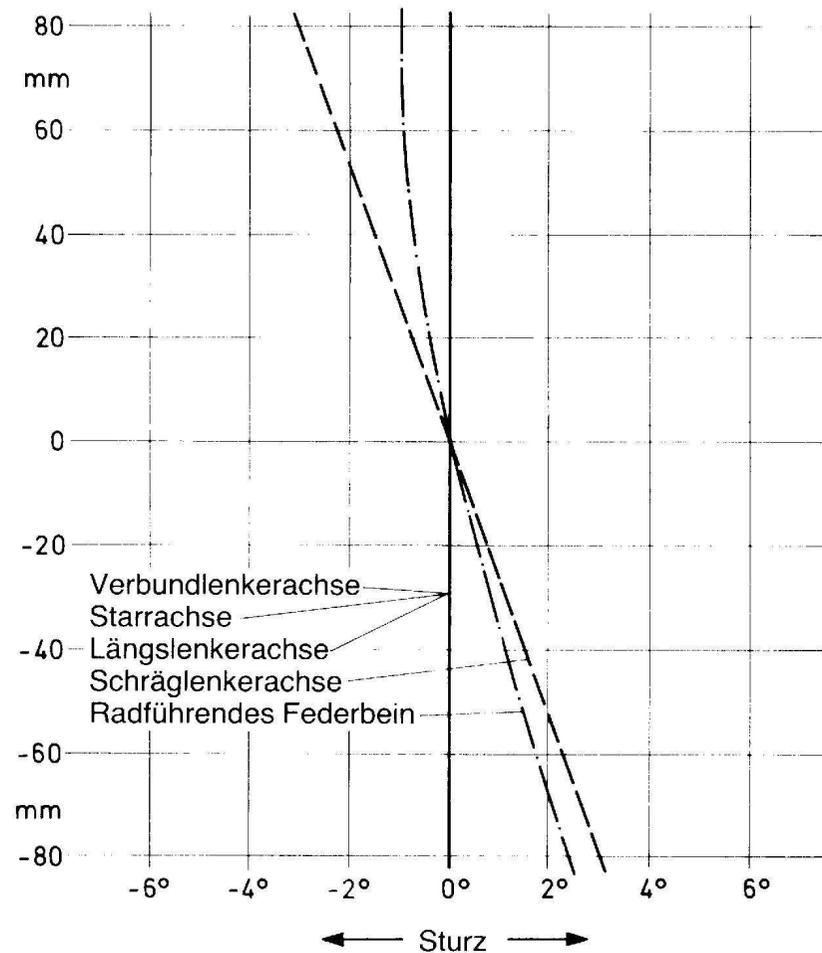
# Verbundlenkerhinterachse VW Golf II

---



Quelle: Reimpell

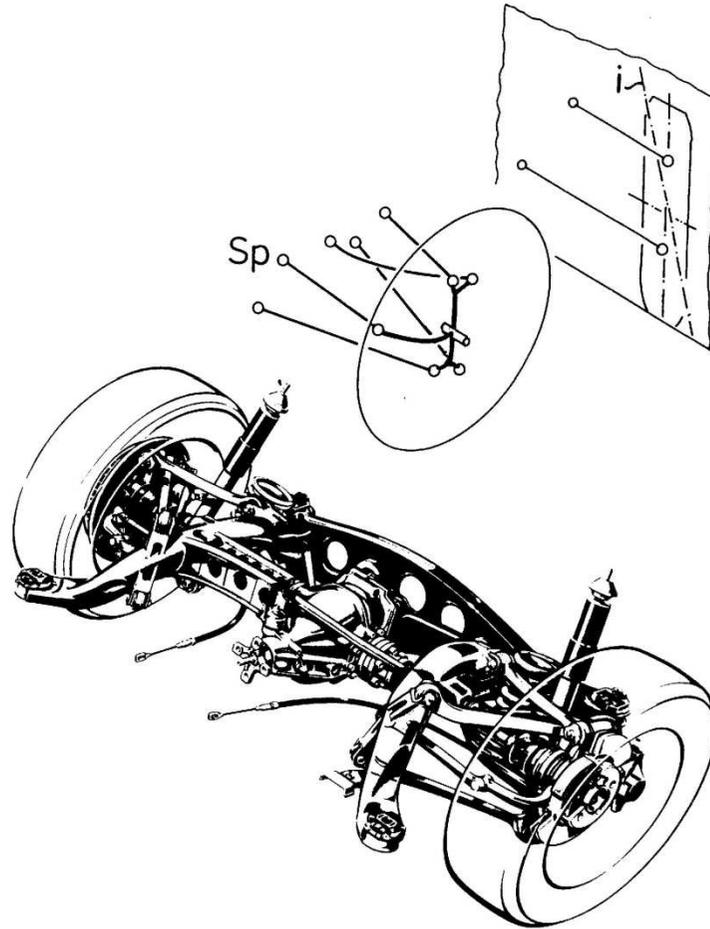
# Sturzänderung bei gleichzeitigem Einfedern verschiedener Radaufhängungen



Quelle: Reimpell

# „Raumlenker-Hinterachse“ Daimler

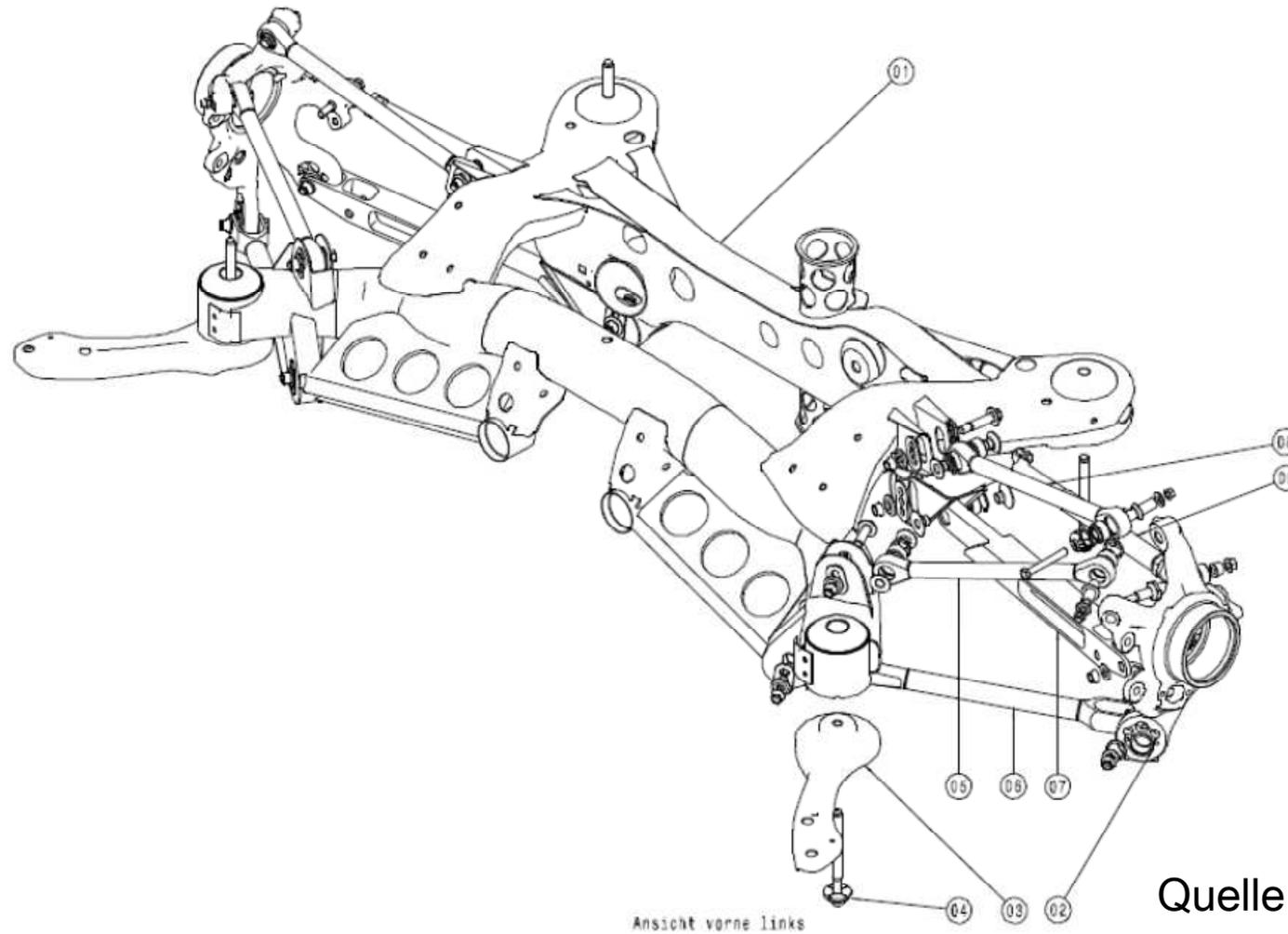
---



Quelle: Matschinsky

# Hinterachse BMW E90 WTCC

---



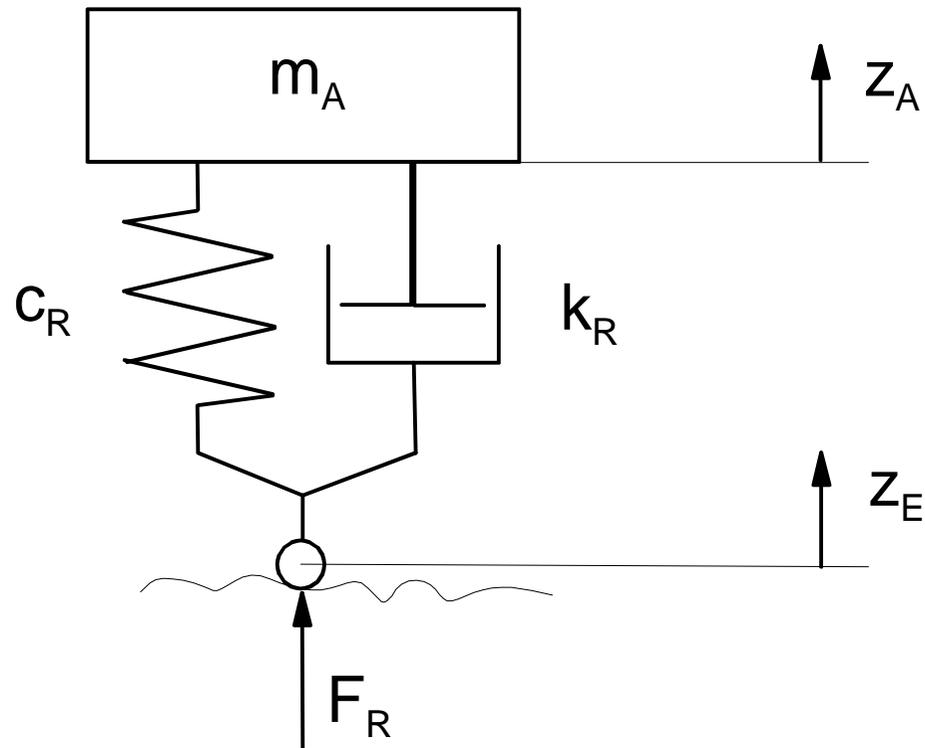
# 3.4 Federungen

---

- Einmassen-Ersatzsystem
- Zweimassen-Ersatzsystem
- Federn
- Dämpfer

# Einmassen-Federungsmodell

---



# Einmassen-Federungsmodell

---

Bewegungsgleichung für Einmassenfederungsmodell

$$m_A \cdot \ddot{z}_A + k_R \cdot (\dot{z}_A - \dot{z}_E) + c_R \cdot (z_A - z_E) = 0$$

$$\text{Kennkreisfrequenz } \omega_0 = \sqrt{\frac{c_R}{m_A}}$$

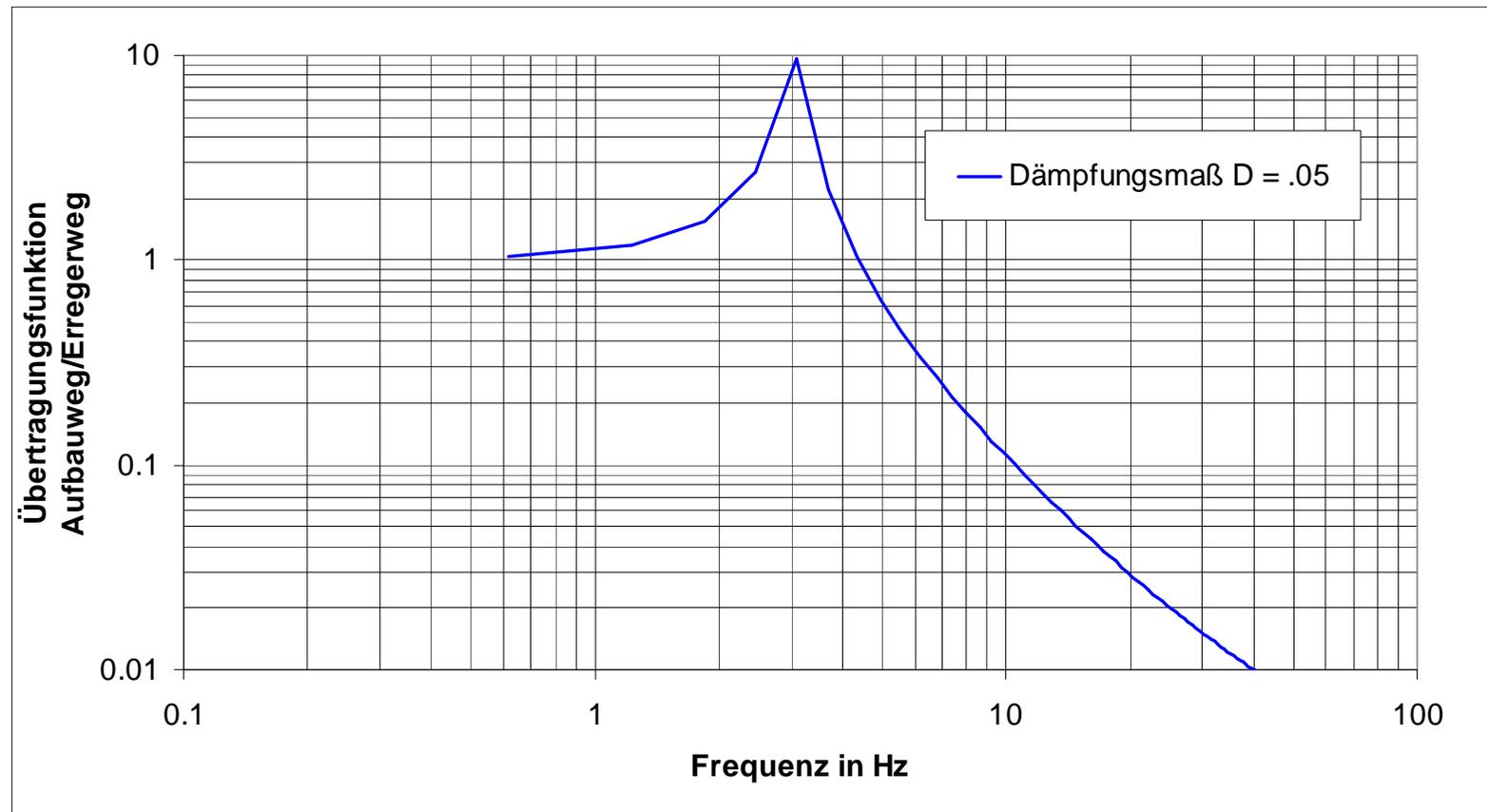
$$\text{Abklingkonstante } \delta = \frac{k_R}{2 \cdot m_A}$$

$$\text{Dämpfungsmaß } D = \frac{\delta}{\omega_0}$$

$$\text{Eigenkreisfrequenz des gedämpften Systems } \omega_d = \omega_0 \cdot \sqrt{1 - D^2}$$

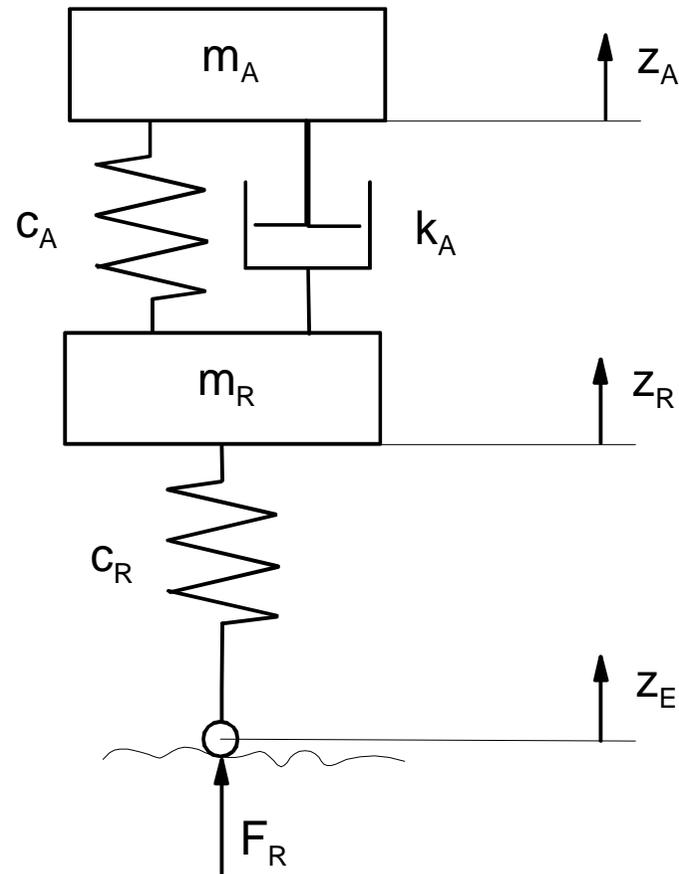
# Übertragungsfunktion des Einmassen-Federungsmodells

---



# Zweimassen-Federungsmodell

---



# Bewegungsgleichungen Zweimassen-Federungsmodell

---

$$m_A \cdot \ddot{z}_A + k_A \cdot (\dot{z}_A - \dot{z}_R) + c_A \cdot (z_A - z_R) = 0$$

$$m_R \cdot \ddot{z}_R + k_A \cdot (\dot{z}_R - \dot{z}_A) + c_A \cdot (z_R - z_A) + c_R \cdot (z_R - z_E) = 0$$

# Abschätzung der Eigenkreisfrequenzen beim Zweimassen-Federungsmodell

---

Aufbaueigenkreisfrequenz  $\omega_{eA} \approx \sqrt{\frac{c_A}{m_A}}$

Radeigenkreisfrequenz  $\omega_{eR} \approx \sqrt{\frac{c_R + c_A}{m_R}}$

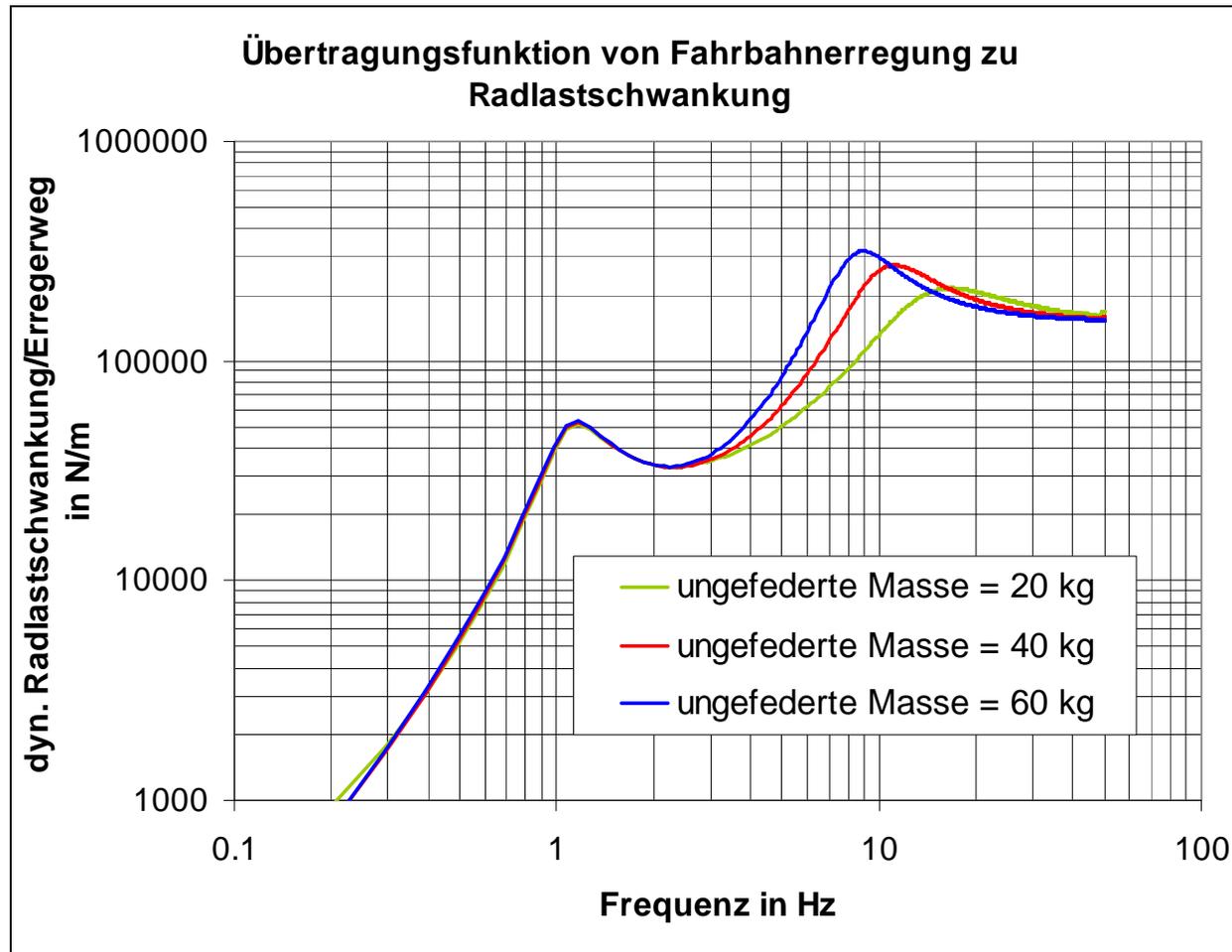
# Übungsaufgabe

---

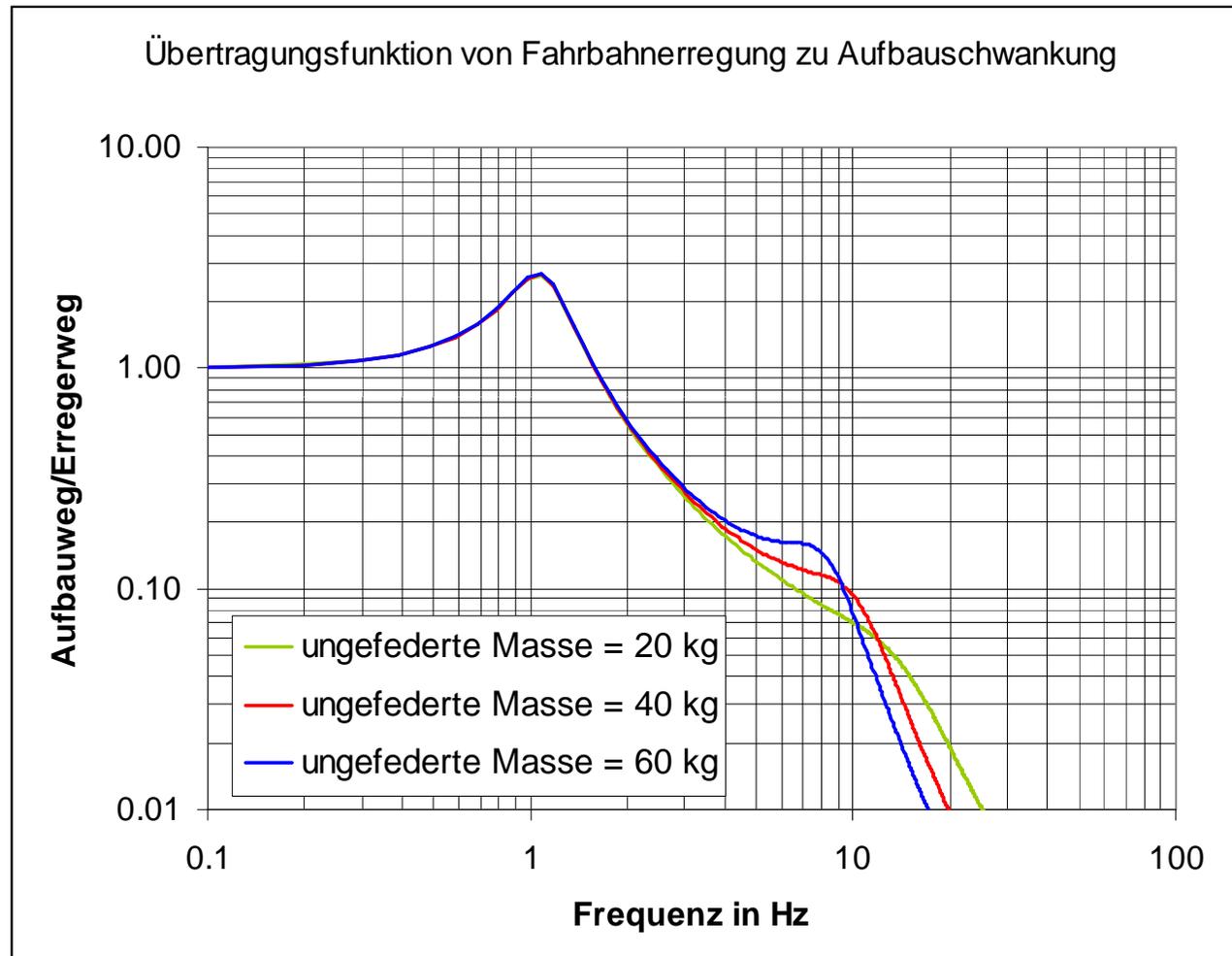
Schätzen Sie die Radeigenfrequenz und die Aufbaueigenfrequenz für folgende Radaufhängung ab:

Fahrzeugaufbaumasse pro Rad	$m_A$	=	400 kg
ungefederte Masse pro Rad	$m_R$	=	30 kg
radbezogene Aufbaufedersteifigkeit	$C_A$	=	21 N/mm
Reifenfedersteifigkeit	$C_R$	=	150 N/mm

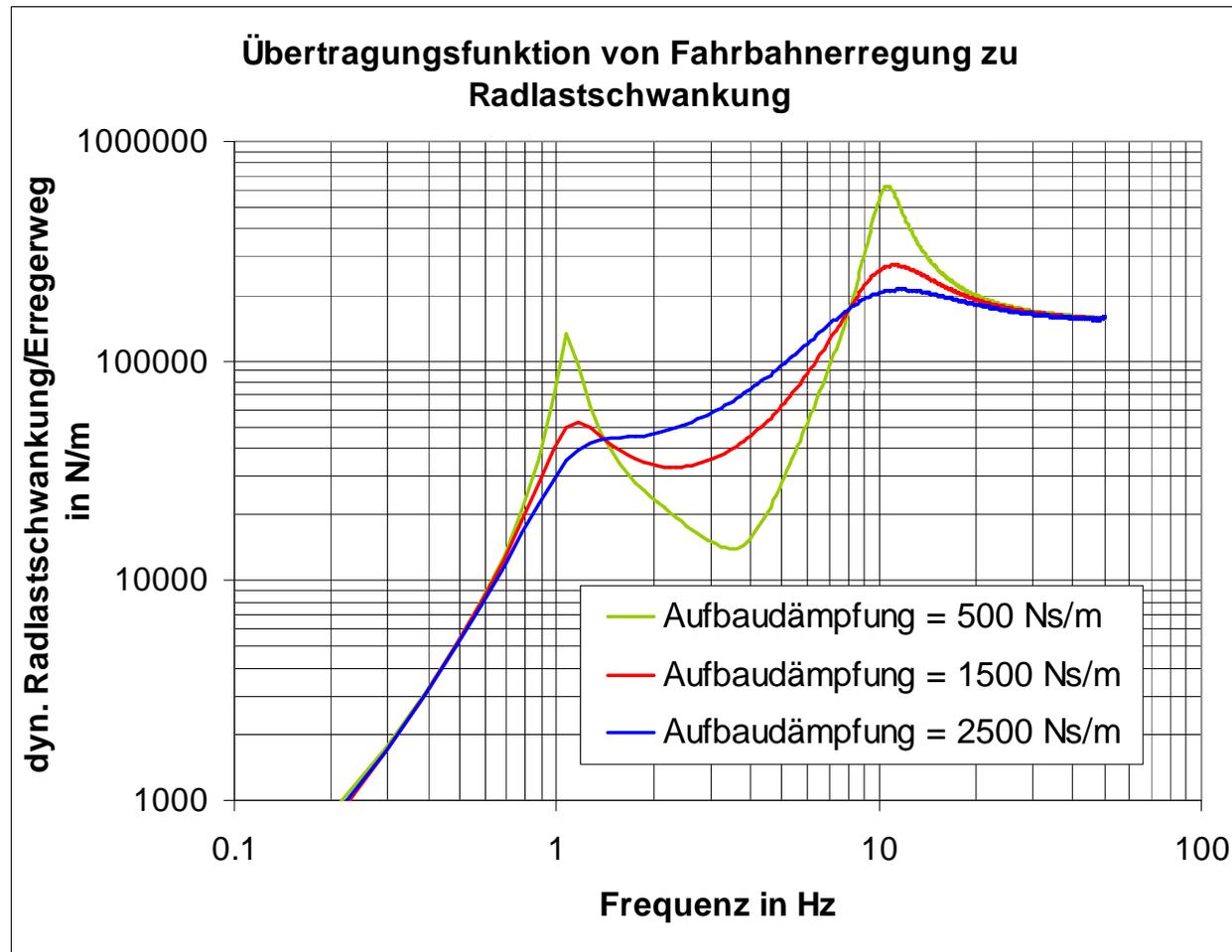
# Simulationsergebnisse für dynamische Radlastschwankungen



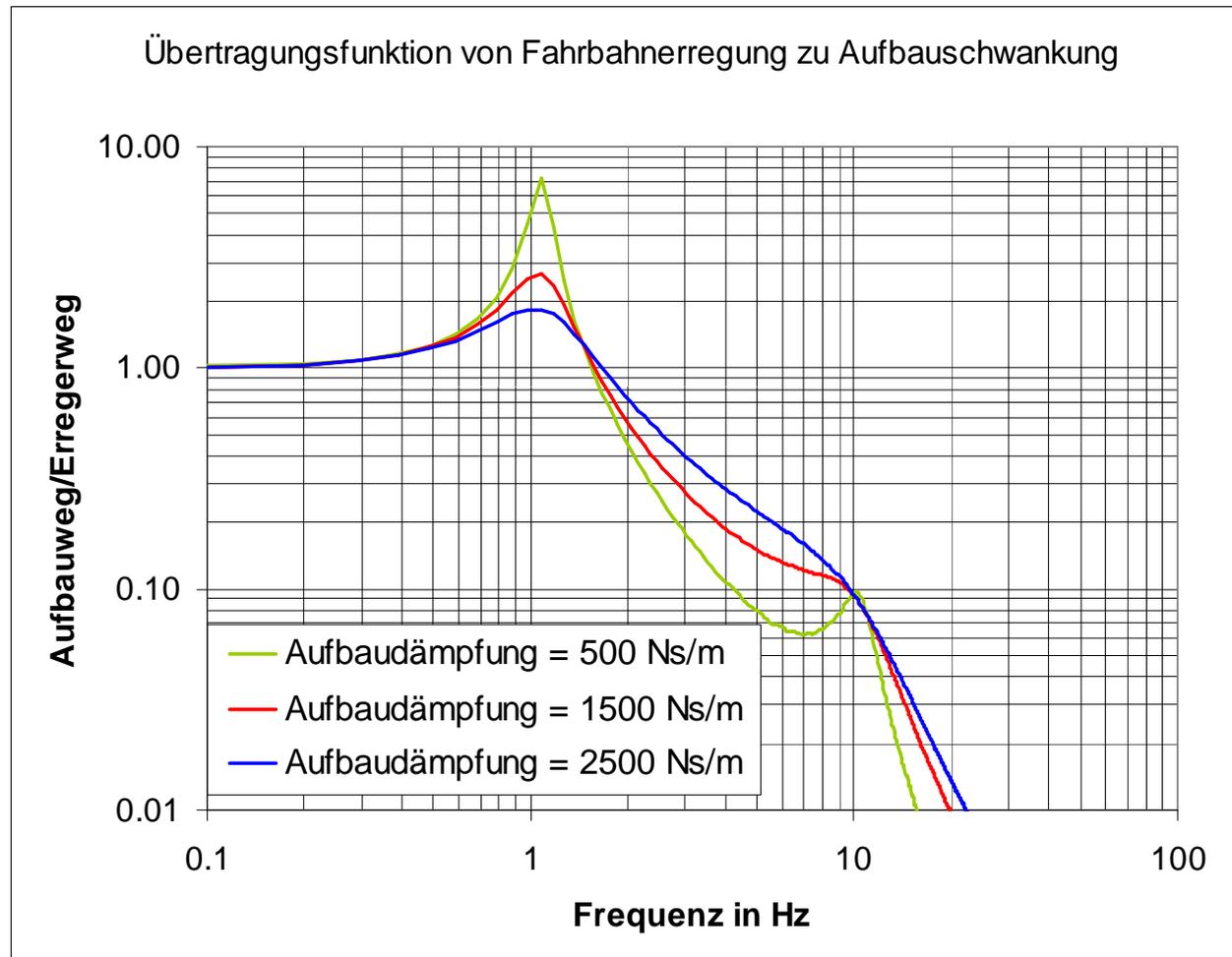
# Simulationsergebnisse für Aufbauschwankungen



# Simulationsergebnisse für dynamische Radlastschwankungen



# Simulationsergebnisse für Aufbauschwankungen



# Vierstempelanlage (4-Poster-Rig) zur Untersuchung der Vertikaldynamik

---



Quelle: ZF Sachs

# Drehstab

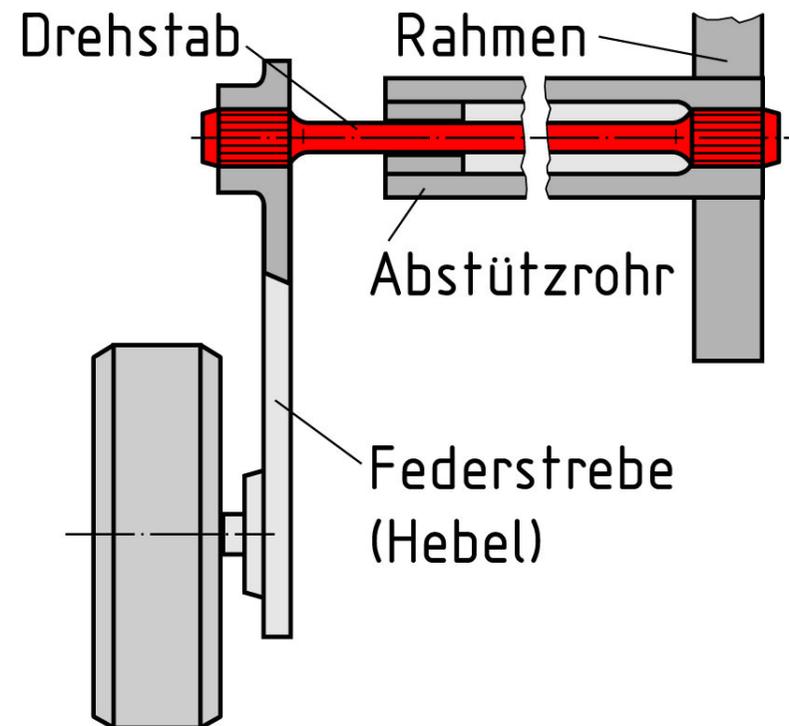
$$\text{Torsionsfedersteifigkeit } c_{\text{tor}} = \frac{G}{l} \cdot \frac{\pi \cdot d^4}{32}$$

mit

G = Schubmodul

l = Länge

d = Stabdurchmesser



# Übungsaufgabe

---

Bestimmen Sie die radbezogene Aufbaufedersteifigkeit einer Drehstabfederung mit folgenden Daten:

Wirksame Länge des Drehstabes

$$l = 0.5 \text{ m}$$

Durchmesser des Drehstabes

$$d = 25 \text{ mm}$$

Hebelarmlänge der Federstrebe

$$l_H = 420 \text{ mm}$$

Schubmodul Federstahl

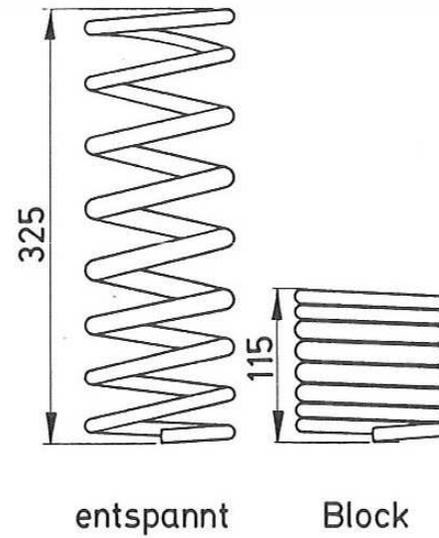
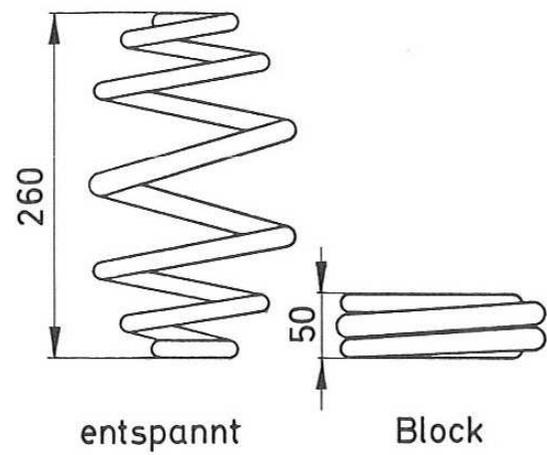
$$G = 83000 \text{ N/mm}^2$$

Für den Zusammenhang zwischen Federweg und Torsionswinkel des Drehstabes kann eine Näherung für kleine Winkel angesetzt werden.

# Schraubenfedern

---

## Minblockfeder



# Federsteifigkeit einer zylindrischen Schraubenfeder

---

$$\text{Schraubenfedersteifigkeit } c = \frac{G \cdot d^4}{8 \cdot D_m^3 \cdot i_f}$$

mit

G = Schubmodul

d = Drahtdurchmesser

$D_m$  = mittlere Federdurchmesser

$i_f$  = Anzahl der federnden Windungen

# Übungsaufgabe

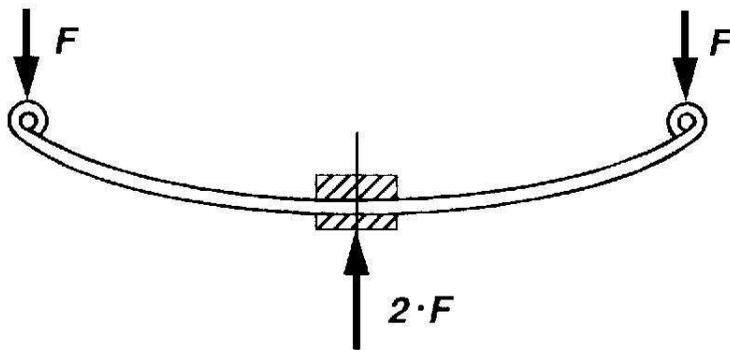
---

Bestimmen Sie die radbezogene Aufbaufedersteifigkeit einer Radaufhängung mit Schraubenfeder. Die Hebelverhältnisse zwischen Radkraft und Federkraft können durch ein konstantes Übersetzungsverhältnis beschrieben werden. Gegeben sind die folgenden Daten:

Mittlerer Federdurchmesser	$D_m =$	100 mm
Durchmesser des Federdrahtes	$d =$	16 mm
Anzahl der federnden Windungen	$i_f =$	5
Schubmodul Federstahl	$G =$	83000 N/mm <sup>2</sup>
Übersetzung Federkraft/Radkraft	$i_R =$	2

# Blattfedern

---

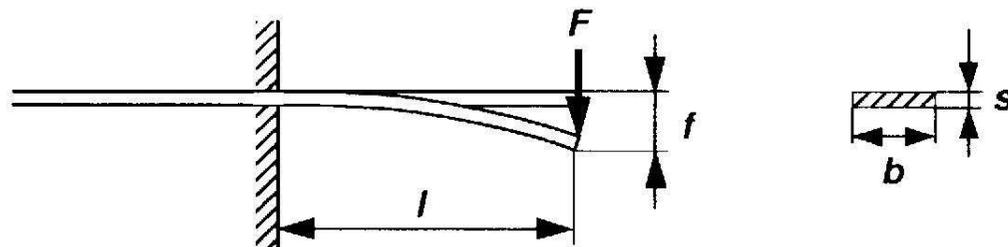


Federsteifigkeit einer Blatthälfte

$$c = \frac{b \cdot s^3}{4 \cdot l^3} \cdot E$$

mit

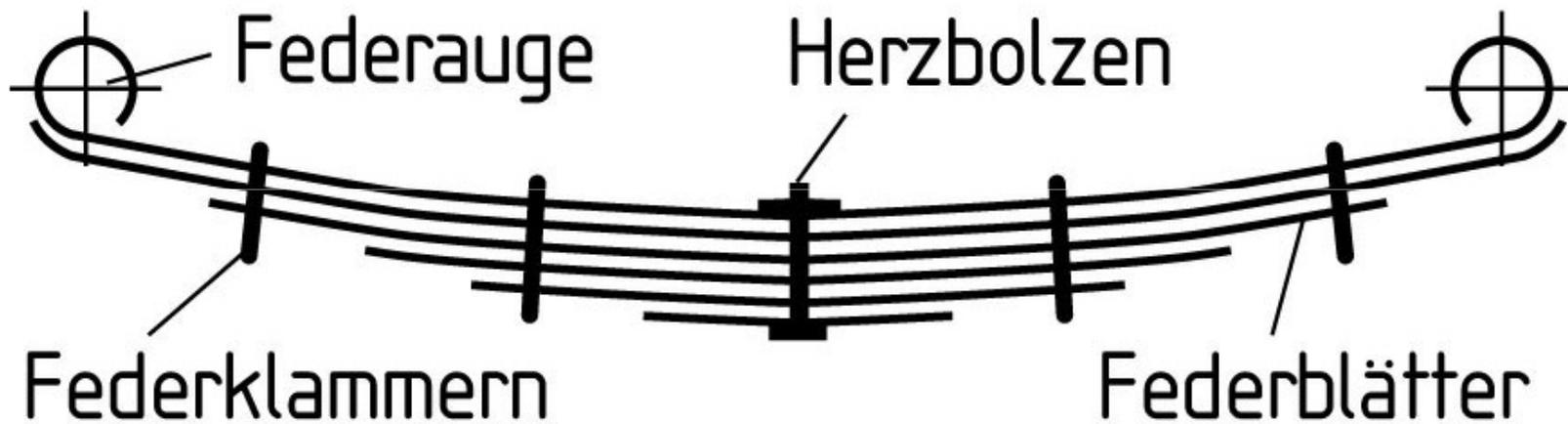
$E$  = Elastizitätsmodul



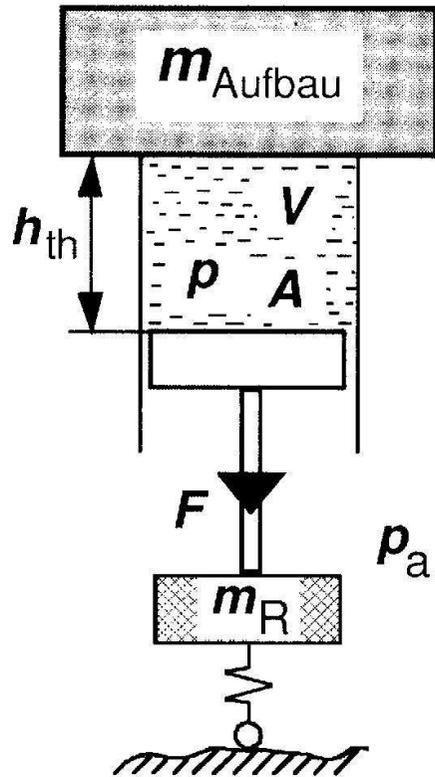
Quelle: ika

# Blattfeder

---



# Gasfeder



Quelle: ika

theoretische Federlänge  $h_{\text{th}} = \frac{V}{A}$

Federsteifigkeit

$$c(f) = A \cdot n \cdot p(f) \cdot \frac{1}{h_{\text{th}}}; h_{\text{th}} = \frac{V(f)}{A}$$

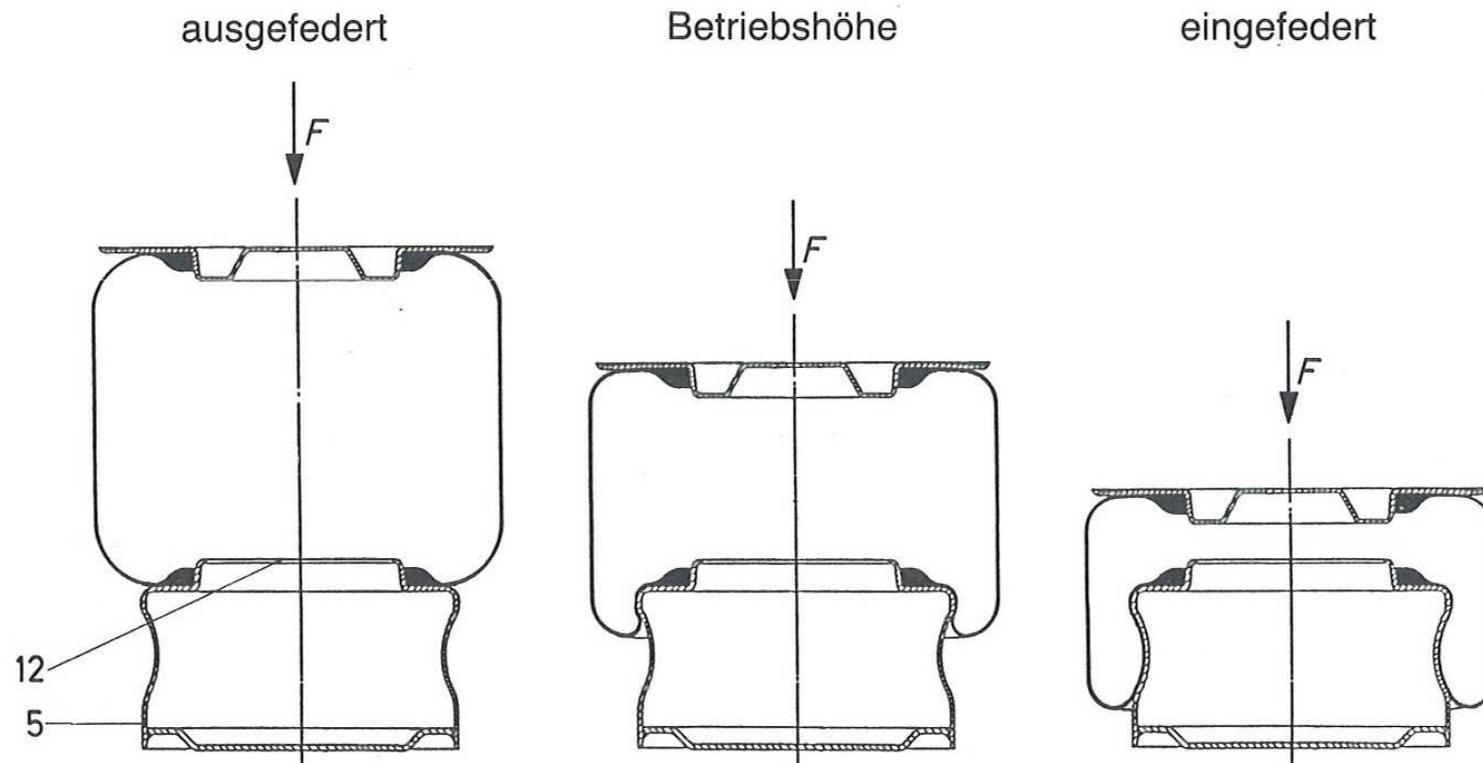
mit

$f$  = Federweg

$n$  = Polytropenexponent

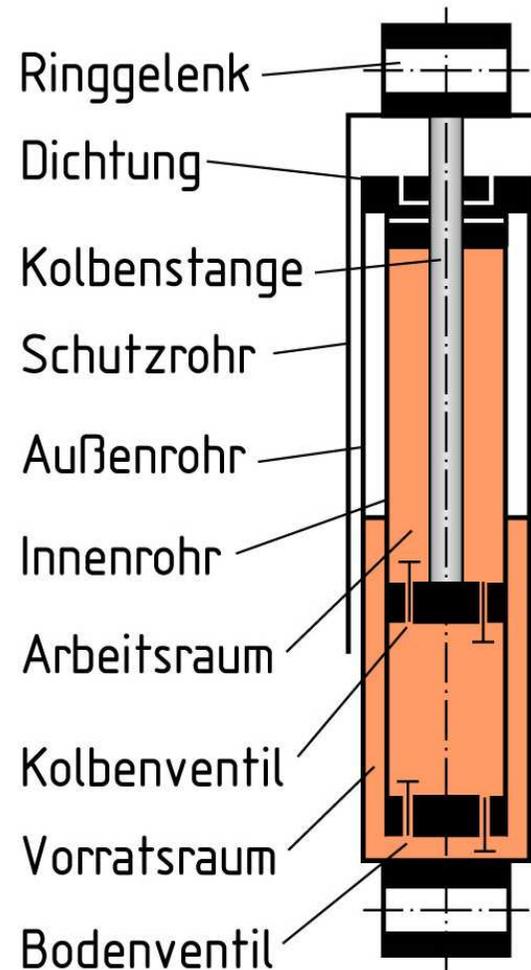
# Luftfeder

---

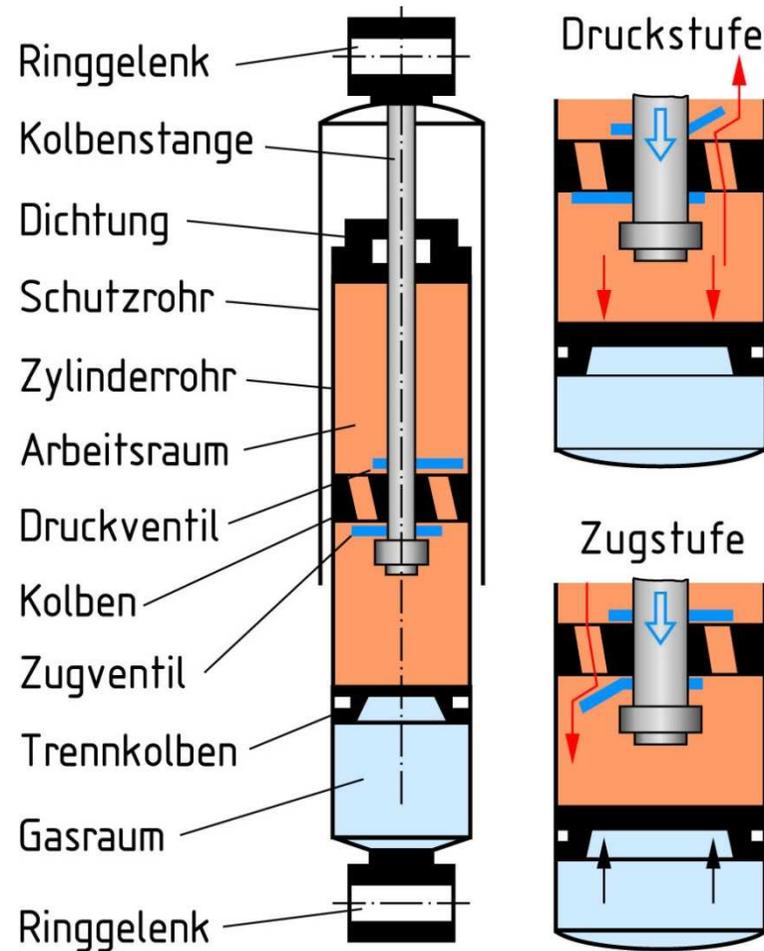


# Zweirohrdämpfer

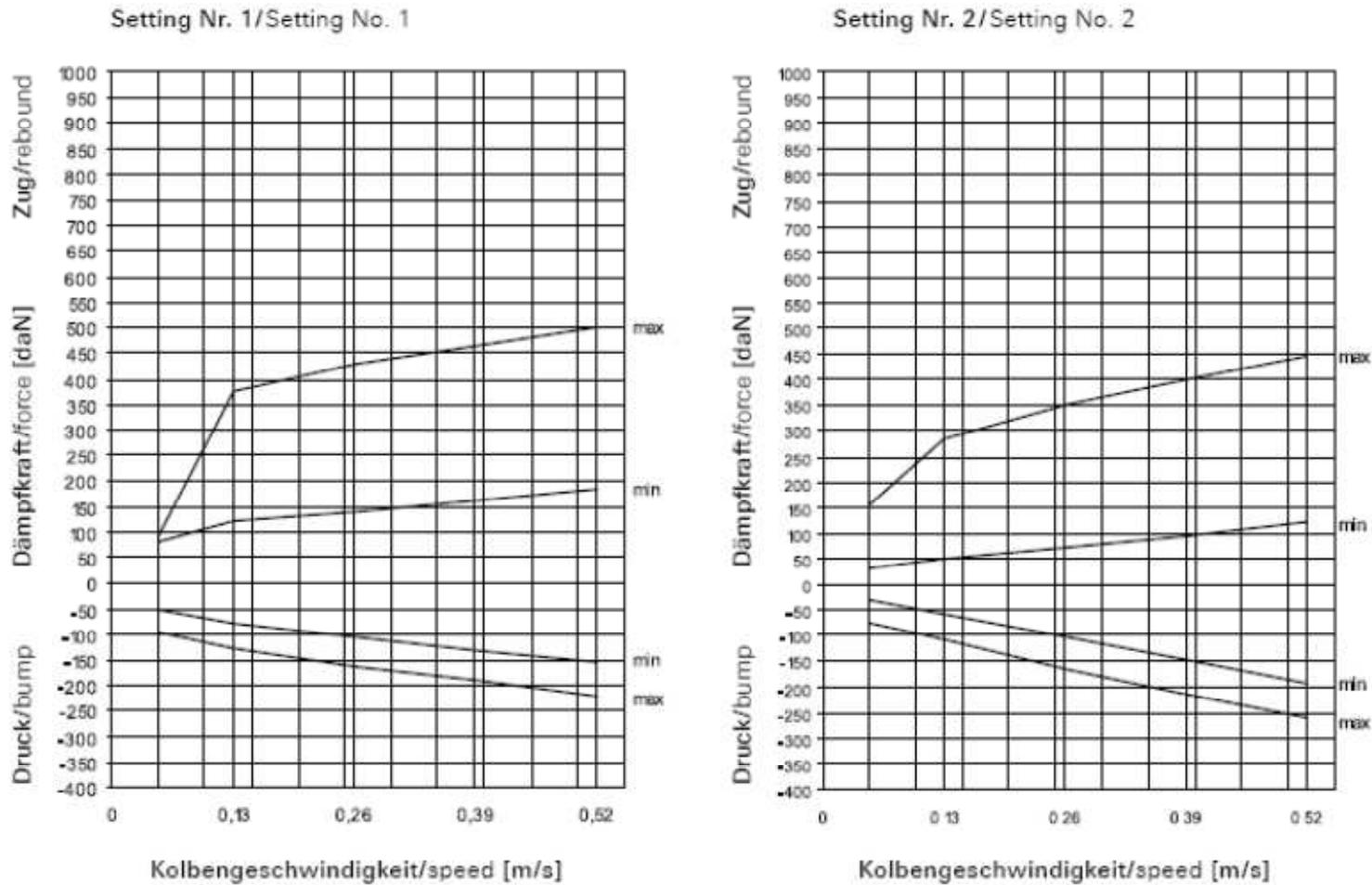
---



# Einrohr-Gasdruckstoßdämpfer



# Dämpferkennlinien Sachs-Racing-Dämpfer RD 45-2



Quelle: ZF Sachs

# Motorsport-Dämpfer

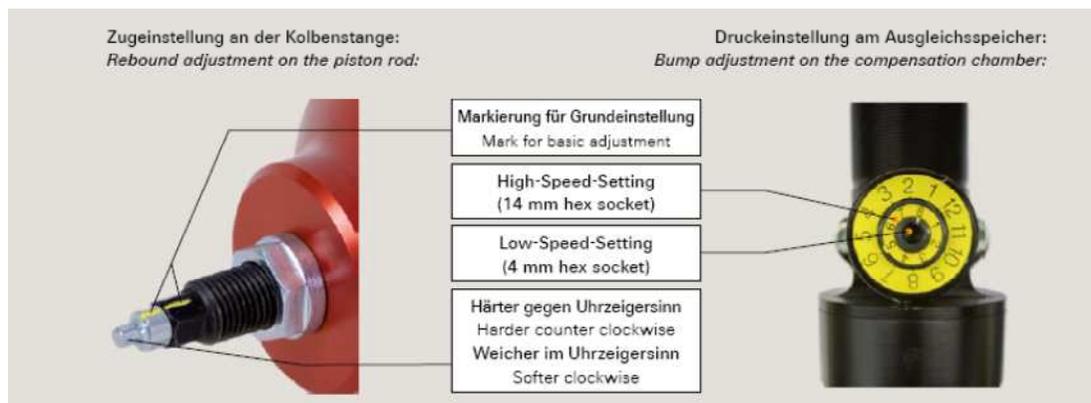
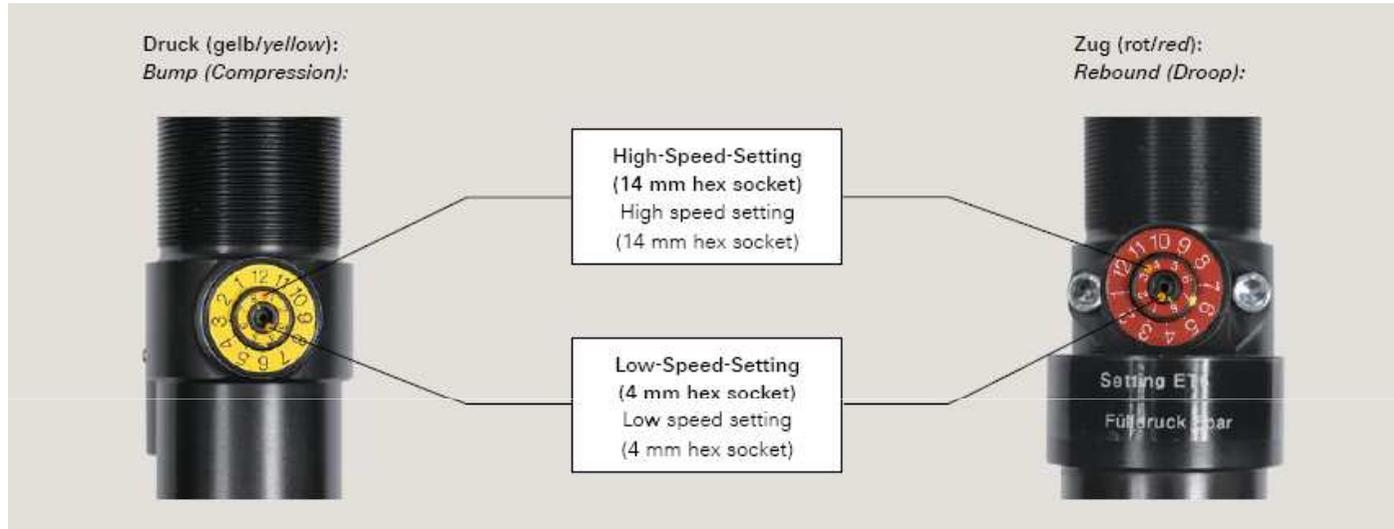
---



Quelle: ZF Sachs



# Einstellmöglichkeiten an Motorsport-Dämpfern



Quelle: ZF Sachs